

分类号 _____

密级 _____

UDC _____

编号 _____

中国科学院研究生院 博士学位论文

浮现活动区的磁螺度研究

杨尚斌

指导教师 张洪起 研究员 Jörg Büchner 教授

中国科学院国家天文台 马克斯-普朗克太阳系研究所

申请学位级别 博士 学科专业名称 天体物理

论文提交日期 2009 年 5 月 论文答辩日期 2009 年 5 月

培养单位 中国科学院国家天文台

学位授予单位 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 _____

Magnetic helicity research of emerging active regions

Shangbin Yang

Supervisors:

Prof. Hongqi Zhang¹ and Prof. Jörg Büchner²

¹National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences

²Max-Planck Institute for Solar System Research

May, 2009

*Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D.
in Astrophysics*

摘 要

磁螺度在理想磁流体中是守恒的，在磁雷诺数足够大的磁重联中也是近似守恒的。研究浮现活动区的磁螺度积累，可以推断在太阳内部磁螺度形成的特征和在太阳大气中积累的磁螺度是如何演化的。

论文的主要成果归纳如下：

(1) 近年的研究已经发现在北半球的活动区是负的螺度占主导，在南半球的活动区是正的螺度占主导（半球螺度法则）。浮现活动区螺度积累的特征；活动区的积累的螺度与活动区的 writhe 之间的关系仍然存在着争论。我们使用 SOHO/MDI 的视向磁场数据，利用快速傅立叶变换和局部相关跟踪的方法研究太阳活动 23 周 58 个浮现活动区的磁螺度积累；同时我们利用活动区正负磁极的重心连线的演化推断活动区的 Writhe。我们发现积累螺度与磁场的指数项成正比关系 ($|H| \propto \Phi^{1.85}$)。74% 的活动区当磁倾角顺时针旋转（逆时针旋转）的时候积累的是负（正）螺度。这意味着浮现活动区积累的螺度和其中磁流管的 Writhe 趋向于同号。我们也发现北（南）半球有 56%（57.6%）的活动区积累的是负（正）螺度，呈现出相对较弱的半球手征性。

(2) 阐述了在太阳日冕中长期存在的太阳磁螺度是如何分布的问题，并且给出了相邻活动区磁螺度交换的证据：活动区 NOAA9188 首先浮现，积累的是正螺度；随后在相邻区域浮现的活动区 NOAA9192 积累的是负螺度。稍后在连接两个活动区的日冕环在 SOHO/EIT 上看到并变亮时，活动区 NOAA9188 开始获得负的螺度，同时后浮现的活动区 NOAA 9192 开始失去负的磁螺度。我们发现这两个活动区磁螺度传输率在这一段时间内很相像，在短时间内我们甚至可以从 TRACE 上观测连接两个活动区的日冕环的负螺度缠绕的结构。我们排除了是磁流浮现造成磁螺度改变的可能性。我们推断负的磁螺度通过连接两个活动区的不平衡的磁流管从活动区 NOAA 9188 传输到 NOAA 9192。这种磁螺度交换可能是太阳大气中磁螺度重新分布的普遍机制，只是在现有的观测条件下没有广泛的观测到。

(3) 在日冕磁场没有精确测量的情况下，我们需要用数值模拟的方法来模拟磁螺度的演化。我们提出用分离变量法计算磁场的矢量矢势从而获得在三维空间内的相对磁螺度。并用 MHD 数值模拟检验了该方法的合理性，为将来研

究磁螺度在空间的演化做好了准备。

关键词： 太阳磁场，磁螺度，浮现太阳活动区

Abstract

Magnetic helicity is conserved in ideal plasma. It still conserves in ideal magneto hydrodynamics in the course of magnetic reconnection as long as the overall magnetic Reynolds number is large enough. We can deduce the characteristic of magnetic helicity in the solar interior and how the accumulated magnetic helicity evolve in the solar atmosphere by investigating the magnetic helicity of emerging active regions.

Our main contribution are as follows:

(1) It has been known for years that there is a general dominance of negative (positive) helicity of active regions (ARs) in the northern (southern) solar hemisphere. For a better understanding of the role of helicity for the evolution of active regions it is necessary, however, to know more about the accumulation of helicity in the course of the emergence of active regions. In particular, different conclusions were drawn in the past about the relationship between the accumulated helicity and the writhe of active regions. We investigate the accumulation of helicity in newly emerging simple bipolar solar active regions. We also investigate the relation between the accumulated helicity and writhe. We obtain helicity accumulation by applying Fast Fourier Transforms (FFT) and local correlation tracking (LCT) to MDI data. We deduce the writhe of the active regions according to the evolution of the tilt angle between the connecting line of the weighting centers of opposite polarities in the ARs. It is found that the accumulated helicity is proportional to the exponent of magnetic flux ($|H| \propto \Phi^{1.85}$) in the 58 selected newly emerged simple ARs. 74% of ARs take negative (positive) helicity when the above defined tilt angle rotates clockwise (counter-clockwise). It means that the accumulated helicity and writhe have the same sign for most of the investigated ARs according to the tilt angle evolution of ARs. We also found that 56% (57.6%) of these ARs in the northern (southern) photosphere provide negative (positive) helicity to the corona in the course of the emergence

of magnetic flux.

(2) Addressing the long-lasting problem of the magnetic helicity distribution in the solar corona: a proof for magnetic helicity exchange between two neighboring emerging active regions (ARs) was found: when AR 9188 emerged it first started to accumulate positive helicity while the later neighboring emerging AR 9192 accumulated negative helicity. At a later time, after the bright connecting loops became visible between the two active regions, AR 9188 suddenly also started to gain negative helicity. At the same time AR 9192 started to loose negative helicity. It was found that the magnetic helicity fluxes of the two active regions change simultaneously by almost the same amount. At one instant it was even possible to determine that the connecting loop between the two ARs carried negative helicity. We exclude the possibility that magnetic flux emergence was causing the observed variation of the magnetic helicity. Hence, magnetic helicity was indeed transferred from the late emerging active region AR 9192 to AR 9188 via an unbalanced magnetic torque along the loop. Such kind of helicity transfer might be a common mechanism of redistribution of magnetic helicity in the solar atmosphere, which just was not being widely observed yet.

(3) We develop the Variable Separation Approach (VSA) to calculate the vector potential of magnetic field for obtaining the relative magnetic helicity in the 3D space. We apply this method to the magnetic field data coming from MHD simulation. It is found that the accumulated magnetic helicity by VSA in the simulation box coincides well with the magnetic helicity across the boundary, which testify the reliability of this approach.

Keywords: Sun: magnetic fields-Sun: evolution

目 录

摘要	i
Abstract	iii
目录	v
第一章 引言	1
1.1 太阳物理的意义	1
1.2 太阳结构和活动现象	1
1.3 研究太阳磁场的方法	6
1.4 太阳磁场的测量	7
第二章 磁螺度	9
2.1 磁螺度的概念	9
2.1.1 高斯连接数引出磁螺度	9
2.1.2 边界条件	9
2.2 磁螺度性质	11
2.2.1 磁感应方程	11
2.2.2 磁场的扩散和冻结	11
2.2.3 磁螺度守恒	12
2.3 相对磁螺度	14
2.4 磁螺度的演化	16
2.5 相对磁螺度的传输	18
2.6 磁螺度研究进展	19
2.6.1 磁螺度的计算	19
2.6.2 磁螺度与太阳活动	22

2.6.3 磁螺度与数值模拟	28
2.7 本文的目的和意义	32
第三章 浮现活动区磁螺度积累的统计研究	33
3.1 引言	33
3.2 观测和数据处理	36
3.3 螺度和倾角	36
3.3.1 螺度	36
3.3.2 倾角	38
3.4 结果	39
3.4.1 磁通量和螺度	39
3.4.2 两类特殊活动区	40
3.5 总结和讨论	43
3.6 样本附录	47
第四章 浮现活动区的螺度交换	49
4.1 引言	49
4.2 使用数据和螺度计算	50
4.3 结果	53
4.4 总结和讨论	56
第五章 三维有限空间内相对螺度的计算	59
5.1 引言	59
5.2 三维有限空间中的相对螺度	60
5.2.1 边界的 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$	60
5.2.2 分离变量法 (VSA) 求解 $\vec{A}_p$	61
5.2.3 VSA 求解 $\vec{A}$	63
5.2.4 消除 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$ 的剩余散度	65
5.3 应用 VSA 到数值模拟数据中	67
5.4 总结和讨论	70

目 录	vii
第六章 未来工作的展望	71
参考文献	73
发表文章目录	79
致谢	81

表 格

3.1	两类活动区按照 Joy 定律的分布。N (S) 代表北 (南) 半球。表中的 Joy 代表活动区满足 Joy 定律; Non-Joy 代表活动区不满足 Joy 定律。	43
3.2	两类活动区按照半球螺度法则的分布。N (S) 代表北 (南) 半球。表中的 HHR 代表活动区满足 Joy 定律; Non-HHR 代表活动区不满足 Joy 定律。	43
3.3	北半球活动区积累螺度和倾角演化的分布表。积累螺度所在列的单位是 $10^{41} Mx^2$; 倾角变化 ΔTa 所在列的单位是度。积累螺度所在列 + (-) 号代表积累的是正 (负) 的磁螺度。旋转方向所在列的 - (+) 号代表的是活动区顺时针 (逆时针) 旋转。T (F) 表示该活动区是 (否) 遵守 Joy 定律。	47
3.4	南半球活动区积累螺度和倾角演化的分布表。积累螺度所在列的单位是 $10^{41} Mx^2$; 倾角变化 ΔTa 所在列的单位是度。积累螺度所在列 + (-) 号代表积累的是正 (负) 的磁螺度。旋转方向所在列的 - (+) 号代表的是活动区顺时针 (逆时针) 旋转。T (F) 表示该活动区是 (否) 遵守 Joy 定律。	48

插图

1.1	太阳分层结构图	2
1.2	太阳黑子。	3
1.3	太阳色球层。	4
1.4	a 太阳极紫外像; b 太阳软 X 射线像; c 太阳耀斑	5
1.5	日冕物质抛射	6
1.6	塞曼效应能级示意图。	7
1.7	发射线的 Zeeman 效应 (a) 为纵向观测, (b) 为横向观测观测 . . .	8
2.1	(a) $H_m = +\Phi^2$, (b) $H_m = -\Phi^2$, (c) $H_m = 5\Phi^2$ 。	10
2.2	参考场示意图	14
2.3	相对螺度的传输示意图。	18
2.4	在活动区中螺度传输的例子.(a) AR8210 的纵向磁图 (白色代表正极, 黑色代表负极); (b) 用局部相关跟踪计算得到的光球水平速度 (用箭头表示) 叠加在螺度传输传输率密度 $G_A = -2(\vec{A}_p \cdot V_{LCT})B_n$ 上; (c) 螺度传输率 (dH/dt) 的随时间演化图, 箭头表示的是侦测到的相关 CME; (d) 积累螺度随时间演化曲线叠加在软 X 射线流量图上 (参考 Nindos et al. 2003)。	20
2.5	两种方法计算得到的活动区 AR9182 的螺度传输率分布图的比较。左列是实际计算的结果, 右列是建立活动区模型的结果。第一行是 G_A 的分布图, 第二行是 G_θ 的分布图。可以明显看到在 G_A 图中同一极性中存在有相反的螺度传输率; 而在 G_θ 图中是不存在相反极性 (Pariat et al. 2005)。	22
2.6	上图是 22 太阳活动周活动区电流螺度的分布 (Bao and Zhang 1998); 下图是 23 周太阳活动周活动区电流螺度的分布。	23
2.7	发电机模型中与电流螺度相关参数 $\langle \chi^c \rangle$ 随纬度变化与实际观测电流螺度 (黑色方块) 的对比。实线和虚线分别是两组发电机参数下与观测数据的拟合 (Kleeorin et al. 2003)。	24

2.8	观测时间内峰值磁螺度传输率和平均磁螺度传输率关系图，十字符号是非耀斑活动区，方框代表是 X- 级耀斑活动区。可以看到产生 X- 级耀斑的峰值螺度传输率大于 6×10^{36} (LaBonte et al. 2007)。	25
2.9	(a) 在 2006 年 12 月 8 号到 14 号螺度传输率的长时间演化; (b) 积累磁螺度的演化; (c) 在耀斑前后的磁螺度传输率的演化; (d) 怀柔射电频谱仪在 2.4GHz 波段的演化 (Zhang et al. 2008)。	26
2.10	活动区 AR10696 在三个太阳自转周的磁螺度积累，左列是视向磁场的演化，右列是相应的螺度积累（实线）和磁通量（虚线）随时间的演化。其中左轴标注是磁通量，右轴标注是磁螺度 (Jeong and Chae 2007)。	27
2.11	积累螺度和磁通量之间的关系 (LaBonte et al. 2007)。	28
2.12	不同计算速度方法得到的螺度传输率与 ANMHD 数值模拟程序 (Abbett et al. 2000) 得到结果的比较 (Ravindra et al. 2008)	29
2.13	北半球偶极活动区在较差自转下的螺度传输。左右两列两图分别对应着两种初始状态下的演化。 $t=0$ 对应着初始磁场位形 (a 和 b); $t=T$ 对应着最终的磁场位形 (c 和 d)。e 和 f 分别对应着两种情况下的螺度传输率和积累螺度可以看到同样在北半球，同样的较差自转速度分布情况下两者的螺度传输符号是相反的 (Devore 2000)。	30
2.14	浮现磁流管磁螺度传输的数值模拟。左列是假设该磁场流管是匀速向上运动的 (Pariat et al. 2005); 右列是穿过光球层的磁流管的数值模拟 (Cheung et al. 2005)	31
3.1	(a) twist; (b) writhe。	34
3.2	图 (a) 是活动区的卡林顿坐标，图 (b) 是活动区的磁通量分布。	37
3.3	本文使用的磁倾角 (T_a) 的图示。左图 (右图) 是描述北 (南) 半球。 T_a 的取值范围是 $0^\circ \sim 360^\circ$ 。	39
3.4	积累螺度和磁通量关系图。($H_0 = 10^{41} MX^2$, $\Phi_0 = 10^{21} MX$)。	40

- 3.5 AR09931 是属于 A 类活动区的一个例子。第一行和左下显示的是该活动区在三个不同的时刻磁场的演化。在每张磁图上标注了所在时刻的倾角 T_a 。右下显示的是积累螺度和倾角的演化曲线。左坐标轴标注是 T_a (星号)，右坐标轴标注是积累磁螺度（虚线）。 41
- 3.6 AR10481 是属于 B 类活动区的一个例子。第一行和左下显示的是该活动区在三个不同的时刻磁场的演化。在每张磁图上标注了所在时刻的倾角 T_a 。右下显示的是积累螺度和倾角的演化曲线。左坐标轴标注是 T_a (星号)，右坐标轴标注是积累磁螺度（虚线）。 42
- 3.7 浮现磁流管足点旋转方向和 writhe 关系图。 44
- 4.1 图中箭头所指的就是从阳光卫星 X 射线观测到的一个连接南北半球两个活动区的跨赤道环。 49
- 4.2 从 2000 年 10 月 08 号到 2000 年 10 月 16 号，活动区 NOAA 9188 和 NOAA 9192 的视像磁场 (MDI) 和极紫外图像 (EIT) 图像 (白色矩形框)。上图 (a-d) 显示的是视向磁场。下图 (e-h) 显示的是极紫外 171 埃的图像。红色的圆圈标识出活动区 NOAA 9192 的浮现，绿色的圆圈标识出了连接这两个活动区的极紫外环。 51
- 4.3 两个活动区螺度和螺度传输率的演化。左列：活动区 NOAA 9188；右列：活动区 NOAA 9192。第一行描述了活动区的积累螺度随时间的演化，中间一行显示了与螺度相关的螺度传输率随时间的演化。虚线标识出了三个特殊时刻：在 10 月 12 号 00:59 UT，在 171 埃上的极紫外环开始出现。在 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 活动区 NOAA 9188 积累的磁螺度迅速的减少（第一行左图）。下面一行显示的是在 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 这一段时间内用磁通量归一化之后的磁螺度传输率随时间的演化。 52
- 4.4 两个活动区磁通量和正负极重心距离的演化。左列：活动区 NOAA 9188；右列：活动区 NOAA 9192。 54
- 4.5 在螺度交换过程中积累螺度的演化。左列：活动区 NOAA 9188，右列：活动区 NOAA 9192。左图的实线表示实际的螺度的积累。右图的十字虚线表示的是如果假设螺度积累是线性增加的情况下期望的螺度积累。 55

4.6	连接两个活动区的缠绕日冕环（左图）。右边的四幅图显示的是与左边白色矩形框中对应区域的演化，长度“d”给出了连接这两个活动区日冕环的两个足点之间的距离。	56
5.1	求解修正矢量 $\vec{M}$ 以消除矢势的散度的步骤。	67
5.2	上图是视向磁场；下图是边界面上顺时针的涡旋流动。	69
5.3	应用 VSA 方法得到的三维空间中的相对螺度和边界面上传输螺度值的比较。	70

第一章 引言

1.1 太阳物理的意义

太阳是一颗典型的恒星，关于它的详细研究对于了解广阔的恒星世界具有普遍的意义。太阳是一颗主序星（光谱型为 G2V），又是离我们最近从而可以对它作区域分解观测和仔细研究的唯一恒星。从太阳的研究结果，使我们的大多数恒星的情况能有大致认识，实际上关于恒星大气的辐射传输、内部构造和演化等问题的研究，都是以太阳作为范例和进行检验的。太阳提供了地面难以实现的物理环境，对它的研究促进了某些物理学科的迅速发展。在历史上，对于复杂的太阳 Fraunhofer 光谱、色球光谱以及高温日冕光谱的研究，曾经在谱线证认、谱线加宽机制和高次电离原子的光谱特性等方面促进了光谱学的发展。对于太阳能源的研究，以及近年来对太阳中微子“亏损”问题的研究，也一定程度上促进了核物理学的发展。在近代，关于太阳爆发机制、太阳磁场和太阳活动的起源的研究，以及太阳大气动力学和行星际动力学现象的研究，则成为推动等离子体物理和磁流体力学进展的重要因素之一。太阳辐射性质以及太阳活动规律和日地关系的研究，具有重要的应用价值。日地空间环境和地球高空大气结构，在很大程度上是由太阳电磁波辐射和粒子辐射的性质决定的。同时太阳活动现象又对日地空间和地球高空大气产生扰动，引起一系列重要的地球物理现象，如地球轨道附近的太阳质子事件、电离层骚扰、磁暴、平流层升温等，影响到空间飞行安全、人造卫星的寿命估计、无线电通讯、极区电力系统、地物探矿、气象和水文预报等与国防和国民经济等有关的重要部门。因此，对太阳电磁辐射和粒子流中稳定成分和扰动成分的能谱研究，以及探讨太阳活动的各种规律，并对它们进行预报，具有广泛和重要的应用价值。

1.2 太阳结构和活动现象

太阳从内到外分为：太阳核反应区，辐射传能区，对流层、光球层、色球层、日冕层。见图 1 所示：自日心至大约 $0.25R$ 的区域是太阳的产能区，称为日核。这里的温度和密度都非常高，不停地进行着由氢原子聚变成氦的热核反应，生成氦核、 γ 光子和中微子。中微子几乎不与物质相互作用，直接从太阳内部逃

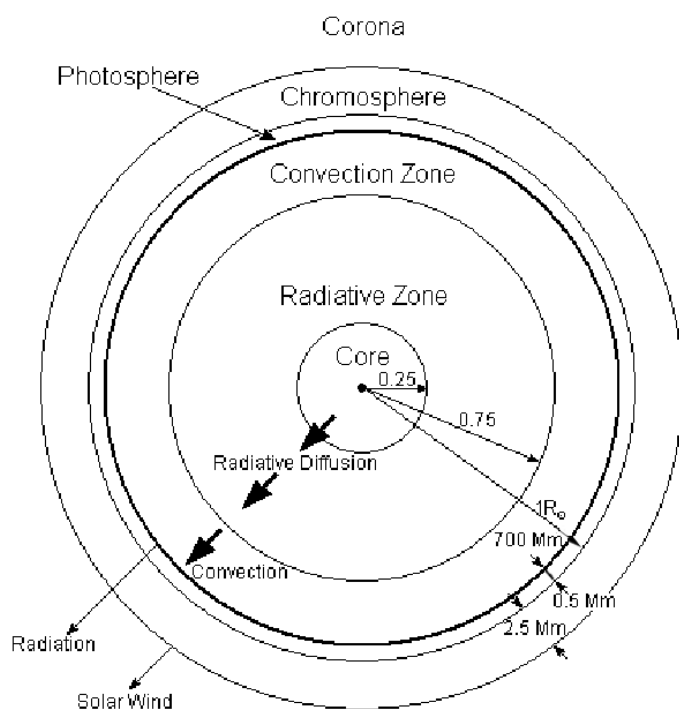


图 1.1: 太阳分层结构图

逸出来。 γ 光子则成为向外发射的辐射能。自 $0.25R$ 至大约 $0.75R$ 处称为辐射层，这里的温度和密度逐渐向外减小，日核中产生的辐射能通过这一层逐渐向外扩散。自 $0.75R$ 至肉眼所看到的太阳表面附近，是太阳的对流层，其中的物质处在剧烈的对流状态，对流层上方是一个很薄然而非常重要的层次，称为光球层或光球。当我们用肉眼观察太阳时，看到的明亮日轮就是这个球层。光球的厚度不过几百公里，但却发出远比其他层次强大的可见光辐射，可以说太阳在可见光波段的辐射几乎全部是由光球发射出去的。太阳半径和太阳表面都是按太阳光球外边界来定义的。从光球层开始太阳大气开始变的透明，从而就可以观测到太阳上的一系列活动现象。在光球层我们可以观测到许多比周围背景略为明亮的光斑和比背景暗的太阳黑子（约 4000 度低于太阳的平均温度 6000 度，图 1.2 是 Hinode 卫星拍摄到的一张太阳黑子的图像）。太阳黑子又称为太阳活动区，观测到的很多太阳活动现象都与它相关。在色球层（图 1.3）我们可以观测到比周围明亮的谱斑和突出于色球平均高度之上形状复杂的日珥（在日面内时由于比背景暗称为暗条）。色球的密度比光球低，但温度反而比光球高。从色球低层至高层密度下降了 5 个量级，而温度则上升 3 个量级。在 1500km 以下

的色球比较均匀, 1500km 以上则由所谓针状体所充满。色球上面是一个更稀薄但温度量级高达 10^6K , 形状很不规则且无明显边界的日冕层。如图 1.4a、b 显示的是太阳的极紫外和软 X 射线像。同时我们在日冕层中也能观测到太阳耀斑和日冕物质抛射 (图 1.4c, 图 1.5) 在日冕层以外是广袤的星际空间, 存在着 Parker (1955) 年预言的太阳风。

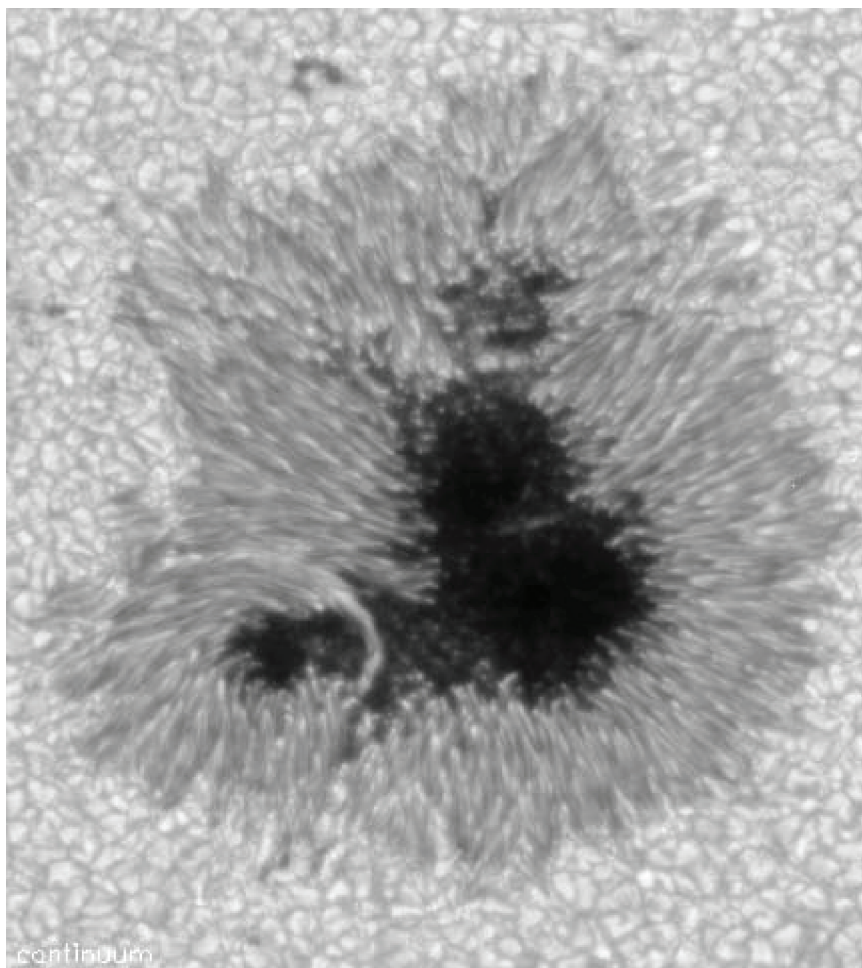


图 1.2: 太阳黑子。

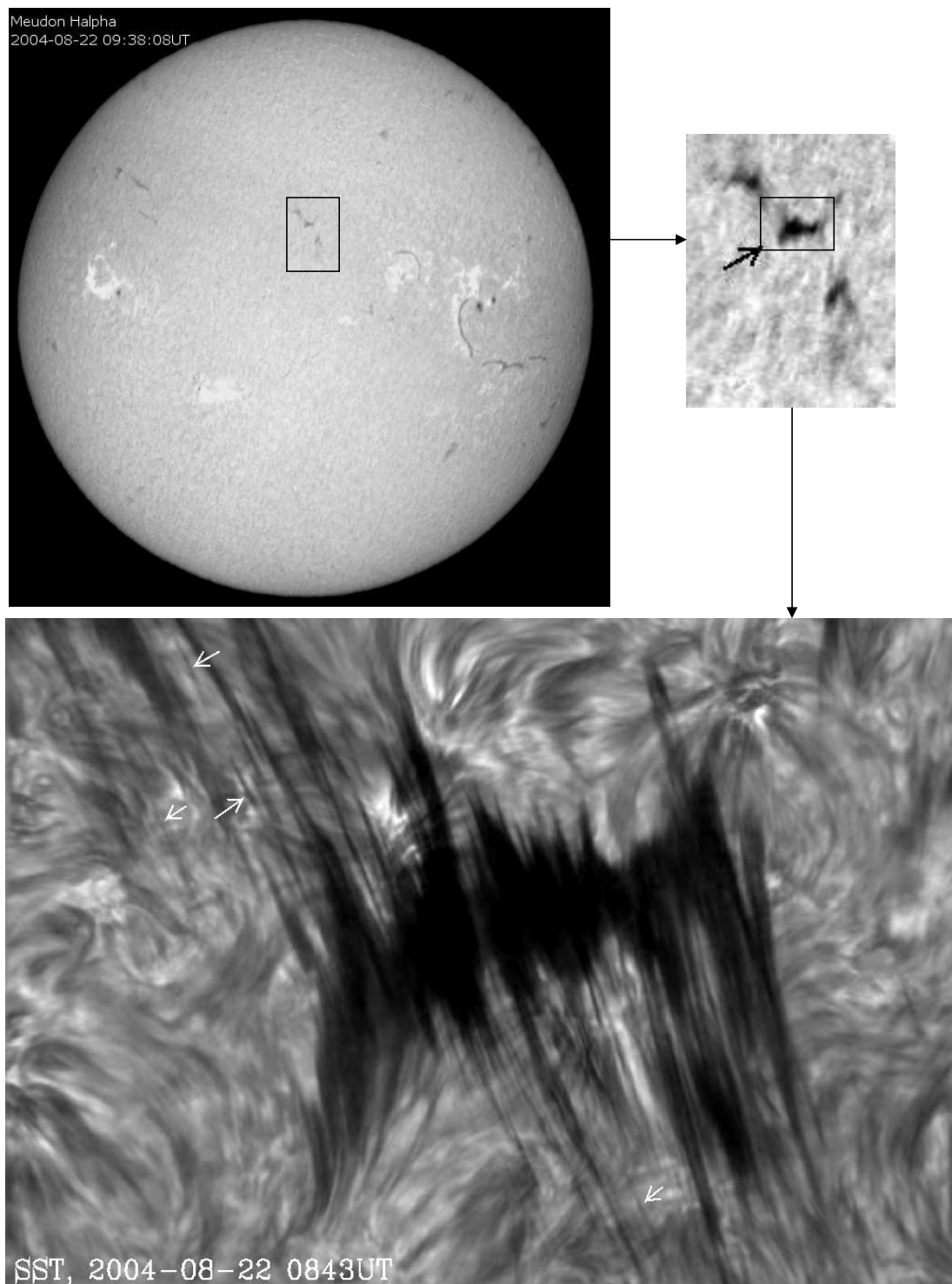


图 1.3: 太阳色球层。

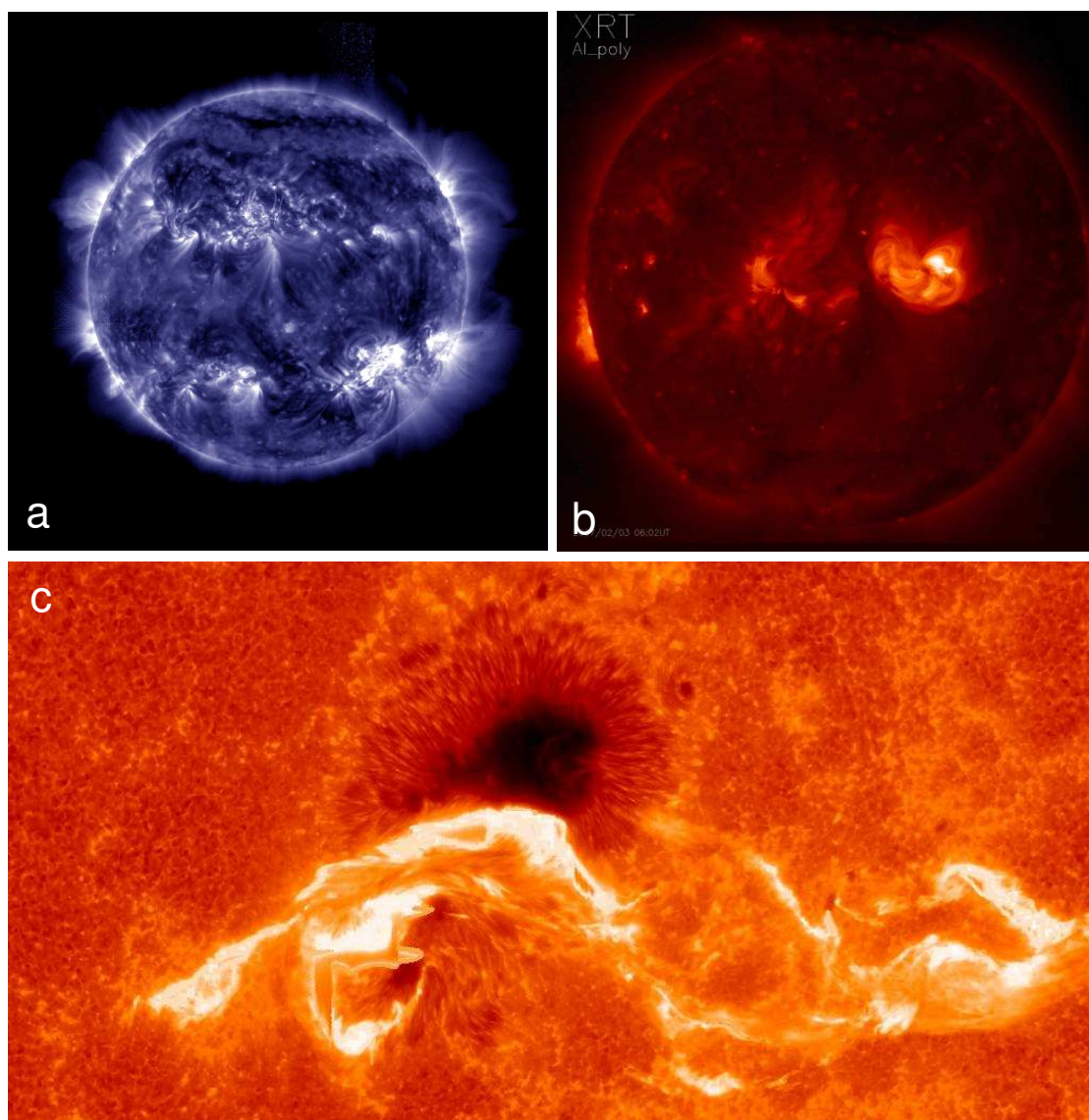


图 1.4: a 太阳极紫外像; b 太阳软 X 射线像; c 太阳耀斑

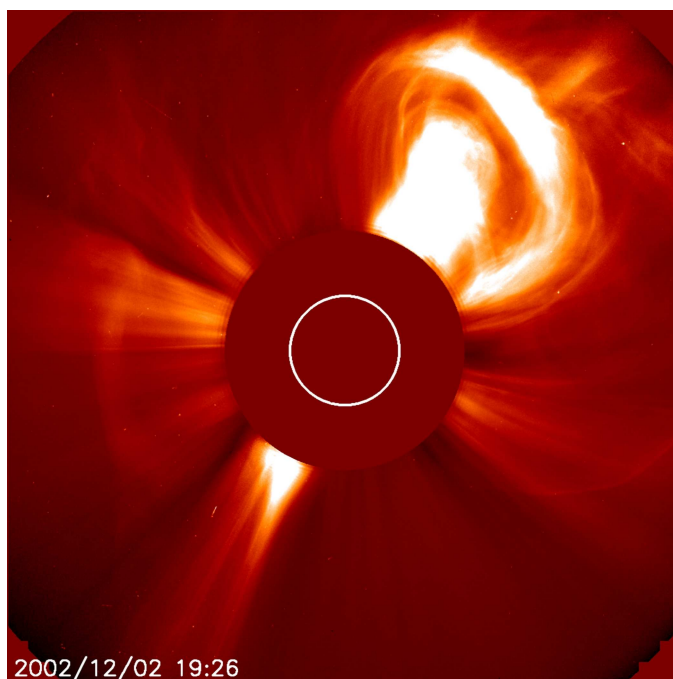


图 1.5: 日冕物质抛射

上述太阳的活动现象和磁场存在着紧密的关联，如果我们弄清楚了太阳上磁场是如何产生、演化和衰亡的，我们对太阳物理的研究也就推进了一大步，同时也会带动天体物理其它领域的进展。

1.3 研究太阳磁场的方法

电磁力属于自然界目前已知的四大作用力：引力、电磁力、强相互作用、弱相互作用。电磁场的演化满足麦克斯韦方程组：

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
 \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\
 \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\
 \nabla \cdot \vec{B} &= 0
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

原则上知道了电流和电荷的分布，我们就知道了磁场是如何演化的。而具体的电荷和电流的分布是依赖于电磁场所处的介质的状态。我们知道太阳上的物质属于自然界四种状态固体、气体、液体、等离子体其中之一的等离子体。麦

克斯韦方程组虽然是线性方程组，但是在等离子体中决定电流和电荷分布的过程是复杂的非线性过程。而现在等离子研究中的非线性过程如湍流、反常输运等都没有很好的解决，所以在太阳物理磁场演化的精确定量研究仍然是困难的一件事，这也是空间天气预报困难的根本原因之一。在目前情况下，我们有如下两大类方式来研究太阳磁场：一种是数值模拟的方法：在一定模型的基础上，将研究对象系统的表示离散化，使用计算机来模拟系统的演化，得到一些有价值的信息；一种是观测的方法：获取不同层次，不同波段的光波信息或者是可观测的物理量例如太阳大气的波动信息，结合一定的物理模型推断太阳磁场的演化特征。下一节我们简单介绍一下测量太阳磁场的方法。

1.4 太阳磁场的测量

太阳上磁场是根据谱线在磁场中会发生分裂的塞曼效应的原理来测量的。图 1.6 是塞曼效应能级的示意图。观测到的谱线的偏振情况如图 1.7 所示：沿

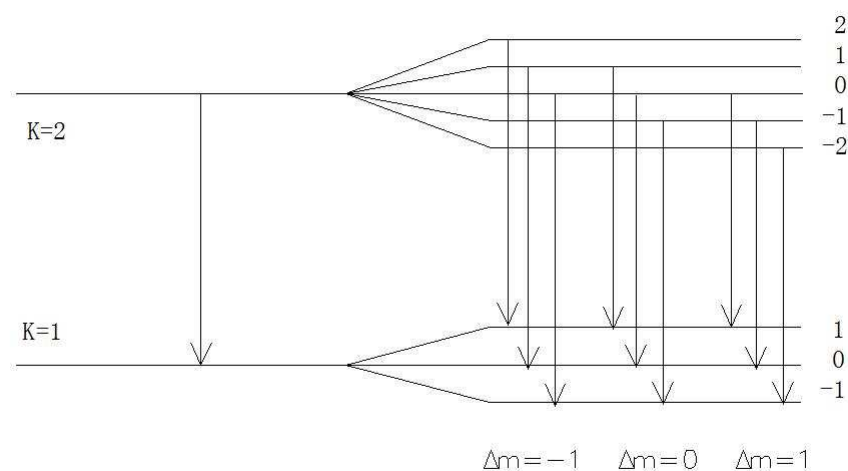


图 1.6: 塞曼效应能级示意图。

磁场方向观测到的谱线是左旋（右旋）偏振；沿垂直磁场方向观测到的谱线是线偏振。但是太阳中的夫琅和费谱线既非纯发射线也非纯吸收线，它的形成是太阳大气物质不断吸收辐射又不断发出辐射的过程中在该波长处形成辐射减弱的结果，是一种既涉及发射有涉及吸收的过程，因此太阳夫琅和费谱线的塞曼

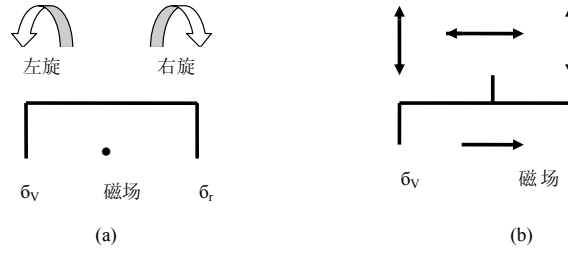


图 1.7: 发射线的 Zeeman 效应 (a) 为纵向观测, (b) 为横向观测观测

效应分裂子线的强度和偏振状态不能只用简单的吸收或发射来推断, 而是必须建立磁场存在时的谱线的 Stokes 参数转移方程如下所示:

$$\begin{cases} \cos \theta \frac{dI}{d\tau} = (1 + \eta_I) (I - B) + \eta_Q Q + \eta_U U + \eta_V V \\ \cos \theta \frac{dQ}{d\tau} = (1 + \eta_I) Q + \eta_Q (I - B) \\ \cos \theta \frac{dU}{d\tau} = (1 + \eta_I) U + \eta_U (I - B) \\ \cos \theta \frac{dV}{d\tau} = (1 + \eta_I) V + \eta_V (I - B) \end{cases} \quad (1.2)$$

其中的 (I, Q, U, V) 为偏振光的斯托克斯参数, 它们是这样定义的: 沿观测者的方向 (z 轴) 传播的任何光束的电向量的振动, 可以分解为垂直于视向的 (x, y) 平面内二个正交方向上的振动之和。假定波串为单色, 则振动为

$$\begin{aligned} E_x &= \xi_x \cos(\omega t - \varepsilon_x) \\ E_y &= \xi_y \cos(\omega t - \varepsilon_y) \end{aligned} \quad (1.3)$$

其中 ω 为圆频率, ξ_x 和 ξ_y 为振幅, ε_x 和 ε_y 为相位。则斯托克斯参数定义为

$$\begin{aligned} I &= \overline{\xi_x^2} + \overline{\xi_y^2} \\ Q &= \overline{\xi_x^2} - \overline{\xi_y^2} \\ U &= 2\overline{\xi_x \xi_y \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y)} \\ V &= 2\overline{\xi_x \xi_y \sin(\varepsilon_x + \varepsilon_y)} \end{aligned} \quad (1.4)$$

斯托克斯参数是观测量, 在实际观测中我们通过设计光学仪器就可以得到不同波长处的 (I, Q, U, V) , 再结合太阳大气的模型, 就可以反演得到磁场。但是目前的磁场测量只能较准确地得到光球层的磁场, 不能充分涵盖太阳大气中每一点的信息, 所以目前的磁场数据是不完备的, 这也就要求我们在现有观测量的基础上采用新的方法来研究太阳磁场的演化。在下面的第二章中我们要引入磁螺度的概念。

第二章 磁螺度

2.1 磁螺度的概念

2.1.1 高斯连接数引出磁螺度

在 19 世纪早期, 数学家高斯在计算小行星轨道时, 发现了计算两个轨道连接的简单积分. 考虑两个相互连接的曲线 1 和 2, 让 σ 是曲线 1 的参数, 在曲线 1 上的标示点是 $\vec{x}(\sigma)$, 类似的, 在曲线 2 上的标示点是 $\vec{y}(\tau)$, 让 $\vec{r} = \vec{y} - \vec{x}$, 则高斯连接数是

$$L_{12} = \oint_1 \oint_2 \frac{d\vec{x}}{d\sigma} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \times \frac{d\vec{y}}{d\tau} d\tau d\sigma \quad (2.1)$$

与此类比, 磁螺度是在一定空间体积内任意两个 (一组) 磁力线之间的连接数之和。假设其中有 N 个磁流管, 每个磁流管通量为 Φ_i , 我们计算高斯积分之和

$$H = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N L_{ij} \Phi_i \Phi_j \quad (2.2)$$

则由 (2.1) 和 (2.2) 我们可以得到

$$H = -\frac{1}{4\pi} \int_v \vec{B}(x) \cdot \frac{\vec{r}}{r^3} \times \vec{B}(y) d^3y d^3x \quad (2.3)$$

采用矢势的 Columb 规范:

$$\vec{A} = -\frac{1}{4\pi} \int_v \frac{\vec{r}}{r^3} \times \vec{B}(y) d^3y \quad (2.4)$$

则 (2.3) 式化为如下形式:

$$H = \int_v \vec{A} \cdot \vec{B} d^3x \quad (2.5)$$

此式是通过高斯连接数积分公式推导而来的, 同样它也反映着空间中磁力线的缠绕形式。

2.1.2 边界条件

由于 $\vec{A}$ 具有规范不变性。假设已经给出一种规范 1 下的矢势 $\vec{A}$ 。如果给定新的规范 2 下的矢势 $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\psi$, 两种规范下的磁螺度分别为:

$$H = \int_v \vec{A} \cdot \vec{B} d^3x \quad (2.6)$$

$$H' = \int_v (\vec{A} + \nabla\psi) \cdot \vec{B} d^3x \quad (2.7)$$

则相差的磁螺度为:

$$\Delta H = H' - H = \int_v \nabla\psi \cdot \vec{B} d^3x \quad (2.8)$$

由 $\nabla \cdot (\psi \vec{B}) = \nabla\psi \cdot \vec{B} + \psi \nabla \cdot \vec{B}$ 式 (2.8) 可变为:

$$\Delta H = \int_v (\nabla \cdot (\psi \vec{B}) - \psi \nabla \cdot \vec{B}) d^3x \quad (2.9)$$

根据磁场的无散性 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 和高斯定理 $\iint \vec{f} \cdot d\vec{s} = \int_v \nabla \cdot \vec{f} d^3x$, 两种规范下的相差磁螺度为

$$\Delta H = \oint \psi \vec{B} \cdot \hat{n} d^2x \quad (2.10)$$

可以看出如果要求磁螺度也具有规范不变的性质, 则要求边界条件为:

$$\vec{B} \cdot \hat{n}|_s = 0 \quad (2.11)$$

即是磁场在边界面上垂直于边界面的法向分量。图 2.1 是给出的磁流管具有磁螺度的例子 (Φ 是该磁流管的磁通量)。

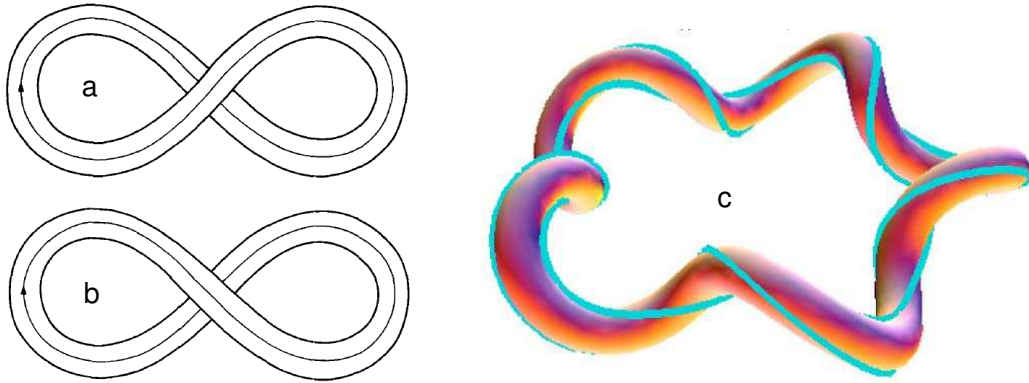


图 2.1: (a) $H_m = +\Phi^2$, (b) $H_m = -\Phi^2$, (c) $H_m = 5\Phi^2$ 。

2.2 磁螺度性质

2.2.1 磁感应方程

在宇宙现象中的等离子体中的电磁场一般满足如下定律：

法拉第电磁感应定律：

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.12)$$

欧姆定律：

$$\vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (2.13)$$

其中 σ 为电导率，假定其为常数。

安培定律：

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \quad (2.14)$$

$\vec{D}$ 为电位移矢量， μ_0 为真空磁导率，对于非相对论的慢变现象，位移电流可以忽略，于是有：

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (2.15)$$

对 (2.13) 式取旋度，并将 (2.12) 和 (2.15) 式代入得到：

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) - \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) \quad (2.16)$$

将 $\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$ 和磁场 $\vec{B}$ 的无旋性 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ 代入上述方程即可得到：

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \vec{B} \quad (2.17)$$

该方程称为磁感应方程，它描述导电流体运动与磁场变化之间的关系，感应方程必须与包括考虑电磁力的运动方程，连续性方程，能量平衡方程，物态方程一起构成磁流体力学方程组，才能完整地描述磁场中导体的运动规律。

2.2.2 磁场的扩散和冻结

感应方程 (2.17) 式表明磁场随时间的变化系由两部分引起，方程右端第一项表示流体运动引起的感应电场产生的附加磁场对原磁场的影响；第二项表示

有限磁导率对磁场产生的扩散衰减, 可以用量级估计来讨论这两种过程的相对重要性。

$$\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \approx \frac{vB}{l}, \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \vec{B} \approx \frac{B}{\mu_0 l^2 \sigma} \quad (2.18)$$

定义两项之比 $R_m = \mu_0 \sigma v l$ 为磁雷诺系数。

当运动速度 $v \approx 0$ 时, 也即 $R_m \ll 1$ 时, (2.17) 式变为:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \nabla^2 \vec{B} \quad (2.19)$$

成为典型的扩散方程, 它表示磁场变化完全由欧姆衰减造成的。扩散时标为 $\tau = \mu_0 l^2 \sigma$ 。

当 $R_m \gg 1$ 时, 导电流体产生的感应起主导作用, 于是 (2.17) 式变为:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.20)$$

(2.20) 式显示的重要特征是导电流体将会带着磁力线一起运动, 就像磁力线被冻结在流体中, 称为冻结效应。

可以看出这里雷诺数的大小起着很重要的作用, $R_m \ll 1$ 表示磁扩散比导体流动快速, 扩散占优; $R_m \gg 1$ 表明磁扩散慢于导体流动, 就是冻结。磁雷诺数正比于 $\sigma v l$ 。对于包括太阳在内的等离子体, 在大多数场合电导率 σ 的范围约为 $10^{12} \sim 10^{16} \text{esu}$, v 的量级是 $10^3 \sim 10^8 \text{cm/s}$ 而特征尺度至少为 10^9cm (太阳黑子), 在这种情况下磁雷诺数 $R_m \gg 1$ 。磁力线冻结效应非常有助于理解发生在太阳上的许多现象和螺度中的概念。

2.2.3 磁螺度守恒

考虑一个边界为磁表面 ($\vec{B} \cdot \hat{n} = 0$) 的体积内, 电导率为无穷大。磁场的演化遵从 (2.20) 式。将 $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ 代入 (2.20) 式得到:

$$\nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \nabla \times [\vec{v} \times (\nabla \times \vec{A})] \quad (2.21)$$

即是:

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) + \nabla \psi \quad (2.22)$$

因为积分表面是磁表面，无论采用任何规范都能使得螺度有确定的同一值。所以一定可以选取一个标量 ψ ，使得 $\nabla\psi = 0$ ，从而得到：

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) \quad (2.23)$$

这意味着

$$(\nabla \times \vec{A}) \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (2.24)$$

磁螺度随时间的变化率为：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_v} \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{A} dV = \int_V \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot (\nabla \times \vec{A}) dV + \int_V \vec{A} \cdot \left(\nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) dV \quad (2.25)$$

利用 $\nabla \cdot (\vec{f} \times \vec{g}) = (\nabla \times \vec{f}) \cdot \vec{g} - \vec{f} \cdot (\nabla \times \vec{g})$ 和 (2.24) 式则上式变为：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_v} \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{A} dV = - \left(\int_V \nabla \cdot \left(\vec{A} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) dV \right) \quad (2.26)$$

根据高斯定理，(2.26) 式化为：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_v} \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{A} dV = - \oint_s \left(\vec{A} \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s} \quad (2.27)$$

对于闭合的体积，这个积分为 0，因为在这个体积内的运动，不会影响这个体积以外的矢势，这可以从矢势的定义看出，因为矢势是连续的，甚至表面电流存在时， $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ 在积分区域的表面也一定消失。综上可得：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{A} dV = \frac{\partial H_m}{\partial t} = 0 \quad (2.28)$$

这也就证明了在一个以磁表面为边界的，电导率为无穷大的区域内，磁螺度是守恒的。从物理上我们可以这样设想：在一个区域内，有无数的磁流管互相缠绕在一起。如果满足电导率为无穷大（满足磁场冻结条件）。磁力线随流体一起运动，在每一个磁力线上附着的等离子体由于冻结效应，不能在横越磁力线的方向上运动，它们只能沿着磁力线运动，并且还要保证垂直于运动方向的磁通量保持不变，这就像实际空间中两个嵌套连接的闭合的管子，只要这两个连接的管子中的任何一个不被砍断。它们之间的连接数不会改变，也就是说两者之间连接的这种拓扑结构不会发生改变。

2.3 相对磁螺度

在实际对太阳磁场的研究中, 我们往往得到的是太阳光球层次的磁场。对于太阳光球层以下的磁场我们目前更多的是理论上的推测。我们可以利用光球面的磁场作为边界条件, 利用无力场外推的方法来大致推断光球表面以上的磁场结构。但是在以光球为边界的表面不满足 ($\vec{B} \cdot \hat{n} = 0$)。这就意味着 (2.10) 式不等于 0, 磁螺度不再是规范不变的, 最终使根据 (2.5) 式得到的磁螺度没有确定的值。

Berger (1984) 提出了相对螺度的概念: 引入了参考场, 从而避免了原有螺度在开放场的情况下不存在规范不变的问题。如图 2.2 所示: V_a 是所考虑区域, $V_a + V_b = V$ 是全空间, 并且 S 是边界面。左图是真实的磁场, 右图是参考场。两者在 V_a 中的磁场是不同的, 边界面 S 和 V_b 中的磁场均相同。

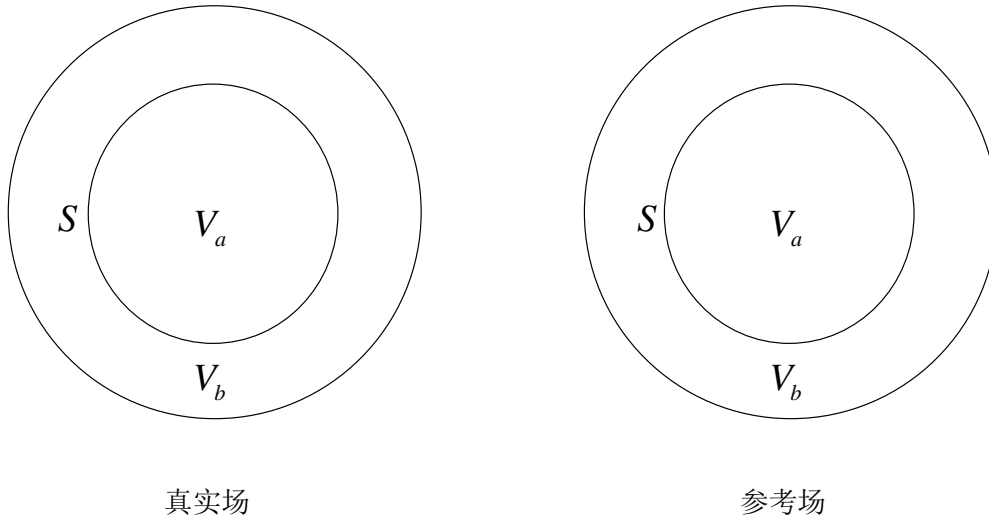


图 2.2: 参考场示意图

在真实场中我们定义磁场大小为:

$$\vec{B}_1 = \begin{cases} \vec{B}_{1a} & (x \in V_a) \\ \vec{B}_b & (x \in V_b) \end{cases} \quad (2.29)$$

满足 $\vec{B}_1 = \nabla \times \vec{A}_1$ 和边界条件 $\vec{B}_{1a} \cdot \hat{n} \big|_s = \vec{B}_b \cdot \hat{n} \big|_s$

在参考场中，我们定义磁场大小为：

$$\vec{B}_2 = \begin{cases} \vec{B}_{2a} & (x \in V_a) \\ \vec{B}_b & (x \in V_b) \end{cases} \quad (2.30)$$

满足的边界条件是： $\vec{B}_2 = \nabla \times \vec{A}_2$ 和 $\vec{B}_{2a} \cdot \hat{n} \big|_s = \vec{B}_b \cdot \hat{n} \big|_s$

真实场和参考场的螺度之差为：

$$\Delta H = H(\vec{B}_1) - H(\vec{B}_2) = \int_V (\vec{A}_1 \cdot \vec{B}_1 - \vec{A}_2 \cdot \vec{B}_2) dV \quad (2.31)$$

该式可以写作是如下两部分体积的积分的和：

$$H = \int_V (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) dV + \int_V (\vec{A}_2 \cdot \vec{B}_1 - \vec{A}_1 \cdot \vec{B}_2) dV \quad (2.32)$$

此式后一项可以写作：

$$\begin{aligned} \int_V (\vec{A}_2 \cdot \vec{B}_1 - \vec{A}_1 \cdot \vec{B}_2) dV &= \int_V (\nabla \times \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_2 - \vec{A}_1 \cdot \nabla \times \vec{A}_2) dV \\ &= \int_V \nabla \cdot (\vec{A}_1 \times \vec{A}_2) dV = \oint_S \vec{A}_1 \times \vec{A}_2 \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (2.33)$$

真实场和参考场内部磁场结构不同，但边界上的条件是相同。这也就意味着在边界上 (2.33) 式的积分为 0。

于是式 (2.33) 可变为：

$$\Delta H = \int_V (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) dV \quad (2.34)$$

此式可以分解为 V_a 和 V_b 内的两个积分之和：

$$\Delta H = \int_{V_a} (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2a}) dV + \int_{V_b} (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_{1b} + \vec{B}_{2b}) dV \quad (2.35)$$

因为在 V_b 中的磁场相同，所以在 V_b 中 $\nabla \times \vec{A}_1 = \nabla \times \vec{A}_2$ ，也就是 $\vec{A}_1 - \vec{A}_2 = \nabla \chi$ ，将其代入 (2.35) 得到：

$$\Delta H = \int_{V_a} (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2a}) dV + \int_{V_b} \nabla \chi \cdot (\vec{B}_{1b} + \vec{B}_{2b}) dV \quad (2.36)$$

根据 $\nabla \cdot (\chi \vec{B}) = \nabla \chi \cdot \vec{B} + \chi \nabla \cdot \vec{B}$ 和高斯定理, 上式变为:

$$\Delta H = \int_{V_a} (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2a}) dV + \int_{V_b} \chi (\vec{B}_{1b} + \vec{B}_{2b}) \cdot d\vec{S} \quad (2.37)$$

由前述边界条件: $(\vec{B}_{1b} + \vec{B}_{2b}) \cdot \hat{n}_b = -(\vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2a}) \cdot \hat{n}_a$, (2.37) 式写作:

$$\Delta H = \int_{V_a} (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) \cdot (\vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2a}) dV - \int_S \chi (\vec{B}_{1a} + \vec{B}_{2a}) \cdot d\vec{S} \quad (2.38)$$

由于采用了库仑规范, 我们有: $\nabla \cdot \vec{A}_1 = 0; \nabla \cdot \vec{A}_2 = 0$, 则:

$$\nabla \chi = \vec{A}_1 - \vec{A}_2 = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{r}}{r} \times (B_1(x') - B_2(x')) d^3x \quad (2.39)$$

因为在 V_b 中真实场的磁场和参考场的磁场是一样的, 所以上式可以写作:

$$\nabla \chi = \vec{A}_1 - \vec{A}_2 = -\frac{1}{4\pi} \int_{V_a} \frac{\vec{r}}{r^3} \times (B_{1a}(x') - B_{2a}(x')) d^3x \quad (2.40)$$

式 (2.38) 中的 ΔH 的值可以证明是规范不变的, 它只依赖于 V_a 内的参数, 有确定的值。与重力势能相仿, 我们把 ΔH 定义为区域 V_a 的相对螺度, 记为:

$$H_R(V_a) = H(\vec{B}_a, \vec{B}'_b) - H(\vec{P}_a, \vec{P}'_b) \quad (2.41)$$

这里, $\vec{B}_a$ 为 V_a 内的真实场, $\vec{P}_a$ 为参考场, 且满足 $\nabla \times \vec{P}_b = 0$ 。 $\vec{B}'_b$ 是任意的。如果我们进一步取 $\vec{B}'_b = \vec{P}_b$, 定义 $\vec{P}_a$ 相应的矢势满足边界条件 $\vec{A}_P \cdot \hat{n} = 0$, 则 V_a 内的相对螺度简化为:

$$H_R(V_a) = H(\vec{B}_a, \vec{P}_b) \quad (2.42)$$

2.4 磁螺度的演化

回到开始对螺度的定义:

$$H = \int_V \vec{A} \cdot \vec{B} dV = \int_V h_0 dv \quad (2.43)$$

在电动力学中, 电磁场 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 用势函数可以表示为:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.44)$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (2.45)$$

直接对式 (2.43) 全微分可以得到:

$$\frac{dH}{dt} = \int_V \frac{\partial h_0}{\partial t} dV = \int_V \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV \quad (2.46)$$

将 $\vec{B}$ 和 $\vec{E}$ 的势函数代入上式得到:

$$\frac{dH}{dt} = \int_V \left(\left(-\nabla\varphi - \vec{E} \right) \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV \quad (2.47)$$

将法拉第电磁感应定律 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 代入上式得到:

$$\frac{dH}{dt} = \int_V \left(\left(-\nabla\varphi - \vec{E} \right) \cdot \vec{B} - \vec{A} \cdot \left(\nabla \times \vec{E} \right) \right) dV \quad (2.48)$$

由 $\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{A}) = \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{A}) = \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \vec{E} \cdot \vec{B}$ 和 $\nabla \cdot (\varphi \vec{B}) = \nabla\varphi \cdot \vec{B} + \varphi \nabla \cdot \vec{B} = \nabla\varphi \cdot \vec{B}$, 上式可化为:

$$\frac{dH}{dt} = \int_V \left(-2\vec{E} \cdot \vec{B} - \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{A} + \varphi \vec{B}) \right) dV \quad (2.49)$$

再利用高斯定理, 就可以得到螺度传输率的表达式:

$$\frac{dH}{dt} = - \int_V \left(2\vec{E} \cdot \vec{B} \right) dV - \int_S \left(\vec{E} \times \vec{A} + \varphi \vec{B} \right) \cdot d\vec{S} \quad (2.50)$$

螺度体积微元 h_0 的随时间的变化率可以写成下式:

$$\frac{\partial h_0}{\partial t} = -\nabla \cdot h - 2\vec{E} \cdot \vec{B} \quad (2.51)$$

其中 $h = \vec{E} \times \vec{A} + \varphi \vec{B}$, 对磁场螺度传输 (2.50) 的物理意义我们做一下分析: 右端第一项代表的是边界传输对该区域螺度的影响; 右端的第二项表示的是该积分区域内部由于电磁场的变化, 造成磁场的重新排列, 从而导致了螺度的变化。

如果我们对螺度传输加以如下两种约束条件:

(A) 如果积分区域为无穷大, 或积分区域表面满足 $(\vec{B} \cdot \hat{n} = 0)$, 则 (2.50) 式的第二项消失。

$$\frac{dH}{dt} = - \int_V (2\vec{E} \cdot \vec{B}) dV \quad (2.52)$$

(B) 如果是在理想的磁流体 (电导率 $\sigma \rightarrow \infty$) 中, 且积分区域为无穷大或表面是磁表面, 则 $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$, 代入 (2.52) 得到

$$\frac{dH}{dt} = 0 \quad (2.53)$$

这和 (2.2) 节同样情况下得到的磁螺度守恒的性质是一样的。

2.5 相对磁螺度的传输

在上节我们考虑了磁螺度的传输, 那么相对磁螺度是如何传输的?

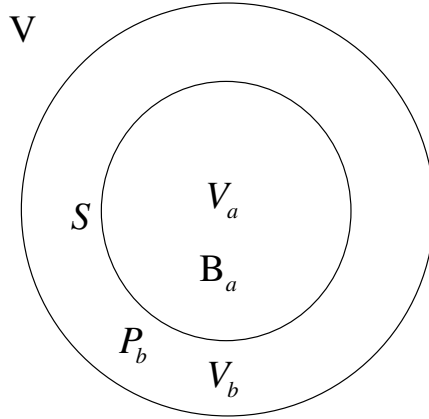


图 2.3: 相对螺度的传输示意图。

如图是计算相对螺度传输的示意图。考虑体积 V_a 的相对螺度为:

$$H_R(V_a) = H(\vec{B}_a, \vec{P}_b) \quad (2.54)$$

其中 $vec P_b = \nabla \psi_b$, 参考磁场 $\vec{P}$ 的矢势是 $\vec{A}_p$, 边界条件是:

$$\vec{A}_P \cdot \hat{n} = 0, \vec{P}_b \cdot \hat{n}_b|_S = \vec{B}_a \cdot \hat{n}_a|_S \quad (2.55)$$

因为体积 V 是一个区域为无穷大, 或区域表面是磁表面的这样一个区域。所以螺度的传输应采用 (2.52) 式, 则相对螺度的传输写作:

$$\frac{dH_R(V_a)}{dt} = -2 \int_V (\vec{E} \cdot \vec{B}_a) dV - 2 \int_V (\vec{E} \cdot \vec{P}_b) dV \quad (2.56)$$

其中

$$\begin{aligned} \vec{E} \cdot \vec{P}_b &= \vec{E} \cdot \nabla \times \vec{A}_P = \vec{A}_P \cdot \nabla \times \vec{E} + \nabla \cdot (\vec{A}_P \times \vec{E}) \\ &= -\vec{A}_P \cdot \frac{\partial \vec{P}_b}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{A}_P \times \vec{E}) \\ &= -\vec{A}_P \cdot \nabla \frac{\partial \psi_b}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{A}_P \times \vec{E}) \\ &= -\nabla \cdot \left(\frac{\partial \psi_b}{\partial t} \vec{A}_P \right) + \nabla \cdot (\vec{A}_P \times \vec{E}) \end{aligned} \quad (2.57)$$

代入 (2.57) 式利用高斯定理和边界条件得到相对螺度的传输为:

$$\frac{dH_R(V_a)}{dt} = -2 \int_{V_a} (\vec{E} \cdot \vec{B}_a) dV + 2 \oint_S (\vec{A}_P \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} \quad (2.58)$$

注意到 V_b 空间内在边界 S 上的法向分量和 V_a 空间在边界 S 上的法向分量是相反的, 而且理想磁流体中 $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{V}$, 代入上式得到穿过边界面 S 到 V_b 空间的相对磁螺度的传输率为:

$$\frac{dH_R}{dt} = -2 \oint_S \left((\vec{A}_P \cdot \vec{V}) \vec{B} - (\vec{A}_P \cdot \vec{B}) \vec{V} \right) \cdot d\vec{S} \quad (2.59)$$

在实际计算时, 我们只有光球表面的磁场数据, 对于太阳大气可以看作是理想磁流体, 其中的螺度积累就用 (2.59) 计算。第一项代表的是磁流管足点的运动造成的磁螺度的传输; 第二项代表的是磁流管的输入带来的磁螺度的传输。

2.6 磁螺度研究进展

2.6.1 磁螺度的计算

Chae et al. (2001) 首先利用局部相关跟踪的方法 (LCT) 计算磁图的水平速度和用快速傅立叶变换的方法计算 $\vec{A}_p$ 从而得到相对磁螺度的传输率。从 (2.59) 式我们可以看到只有第一项可以计算得到。一个计算活动区螺度传输的例子见图 2.4

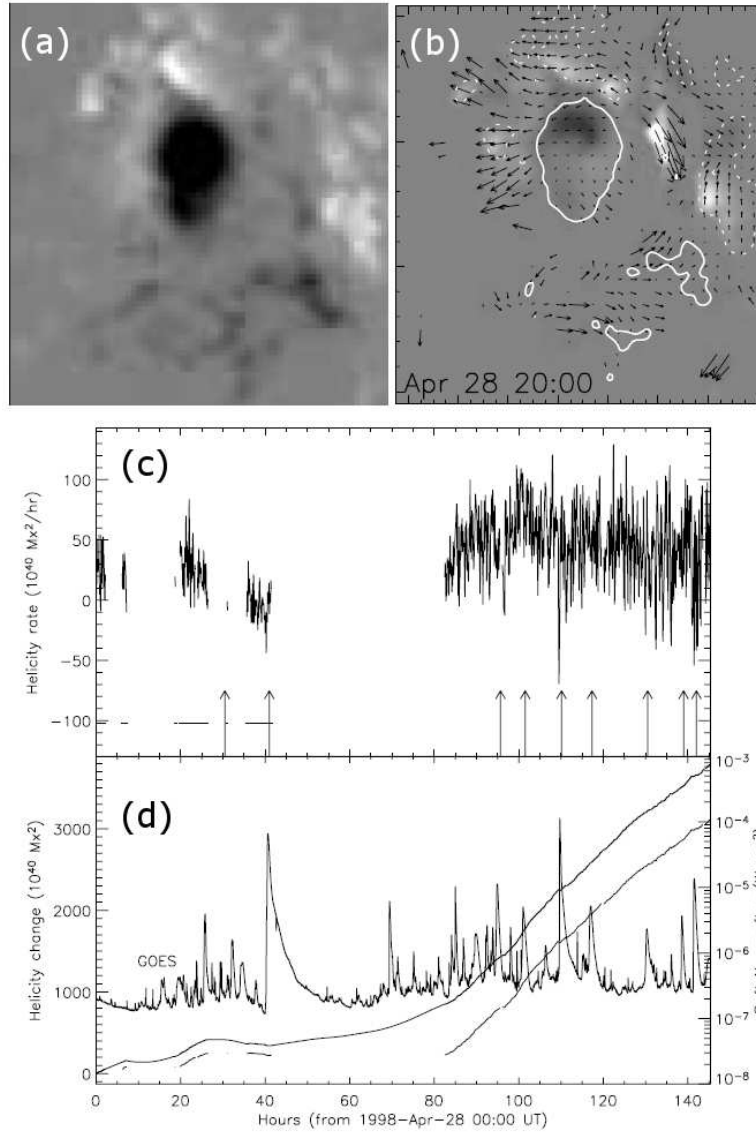


图 2.4: 在活动区中螺度传输的例子。(a) AR8210 的纵向磁图 (白色代表正极, 黑色代表负极); (b) 用局部相关跟踪计算得到的光球水平速度 (用箭头表示) 叠加在螺度传输传输率密度 $G_A = -2(\vec{A}_p \cdot \vec{V}_{LCT})B_n$ 上; (c) 螺度传输率 (dH/dt) 的随时间演化图, 箭头表示的是侦测到的相关 CME; (d) 积累螺度随时间演化曲线叠加在软 X 射线流量图上 (参考 Nindos et al. 2003)。

Demoulin and Berger (2003) 指出对视向磁图利用局部相关跟踪的速度不等于在光球层的等离子速度。在理想磁流体的假设和不考虑磁重联的情况下,

由 LCT 方法得到的速度 $\vec{u}$ 与实际的等离子体水平速度 v_t 和纵向速度 v_n 之间存在如下关系:

$$B_n \vec{u} = B_n \vec{V}_t - V_n \vec{B}_t \quad (2.60)$$

代入 (2.59) 式, 就可得到:

$$\frac{dH_R}{dt} = -2 \oint_S (\vec{A}_P \cdot \vec{u}) B_n dS \quad (2.61)$$

其中 $\vec{u}$ 就是利用 LCT 方法得到的速度。所以在理想磁流体的假设和不考虑磁重联假设的前提下, 我们就可以直接计算通过光球层传输的总的磁螺度传输率。

$G_A(\vec{x}) = -2(\vec{A}_P \cdot \vec{u}) B_n$ 称为磁螺度传输率密度决定了磁螺度传输率的空间分布, 这在研究活动区的磁螺度传输中得到广泛的应用 (例如 Chae et al. 2001; Kusano et al. 2002; Nindos et al. 2003; Moon et al. 2002; Liu and Zhang 2006)。然而 G_A 是一个不完全准确的传输率分布图, 考虑一个 $B_n > 0$ 的垂直磁流管, 平移速度为 $\vec{u}$, 在库伦规范下该磁流管的磁螺度传输密度分布图一半为正, 一半为负, 而平移的垂直磁流管是不传输磁螺度的 Pariat et al. (2005) 年提出了新的磁螺度传输密度量 G_θ , 定义如下:

$$G_\theta(\vec{x}) = -\frac{B_n}{2\pi} \int_S \frac{d\theta(\vec{x} - \vec{x}')}{dt} B'_n d^2x' \quad (2.62)$$

这意味着螺度传输率是旋转速度 $d\theta(\vec{x} - \vec{x}')/dt$ 乘以磁通量的权重的积分, 通过这种方法能够较好消除掉磁螺度传输的赝信号如图 2.5 所示, 注意到使用上述螺度传输率密度计算得到的螺度传输率的值 dH/dt 是应该是一致的。但是在 Chae et al. (2001) 中计算 G_A 中的 A_p 采用的是周期性边界条件, 而计算 G_θ 中在考虑区域之外是没有磁场存在的, 两种情况下计算的螺度传输率的误差在 10% 到 30% 之间 (Chae 2007; Jeong and Chae 2007)。

计算磁螺度中另一个参数是速度场 $\vec{V}$, 它应该是边界上的等离子体速度; 而在现在计算磁螺度的研究中采用的是跟踪磁图的方法推断等离子体的速度。如何得到更准确的速度场从而得到精确的螺度传输密度也是目前研究的一个方向, Welsh et al. (2004) 提出了 ILCT 方法得到满足磁感应方程的速度场; Longcope (2004) 提出最小能量法 — MEF 方法来找到满足磁感应方程的速度场。Kusano et al. (2002) 也通过求解磁感应方程得到速度场从而计算磁螺度

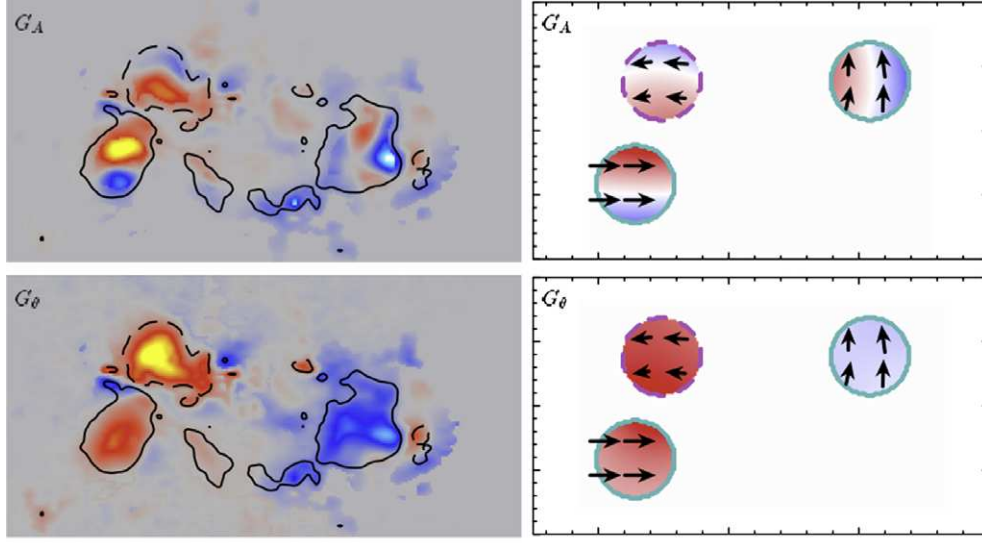


图 2.5: 两种方法计算得到的活动区 AR9182 的螺度传输率分布图的比较。左列是实际计算的结果, 右列是建立活动区模型的结果。第一行是 G_A 的分布图, 第二行是 G_θ 的分布图。可以明显看到在 G_A 图中同一极性中存在有相反的螺度传输率; 而在 G_θ 图中是不存在相反极性 (Pariat et al. 2005)。

的传输; 但是这些新的方法都需要三维矢量磁图, 而在目前的还没有较好的时间连续性的矢量磁图。Santos et al. (2005) 比较了利用 LCT、ILCT 和 MEF 方法得到的水平速度场, 发现不同方法得到的结果比较近似。所以在目前情况下使用局部相关跟踪的方法仍然是适用的。

2.6.2 磁螺度与太阳活动

Seehafer (1990) 通过假定活动区磁场为常 α 无力场, 计算了 16 个活动区的电流螺度, 发现在南半球电流螺度的符号趋向于正值, 而北半球电流螺度的符号趋向于负值, 这一规律成为“半球螺度法则”。随后 Pevtsov et al. (1995), Abramenko et al. (1996), Bao and Zhang (1998), Bao et al. (2000), Pevtsov (2001), Hagino and Sakurai (2004) 等一系列作者的工作证实了这个法则。图 2.6 是 22 和 23 太阳活动周活动区的电流螺度在南北半球的分布。可以看到北半球是负的螺度占主导, 南半球是正的电流螺度占主导。电流螺度的定义是 $h_c = \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{B}$, 由于目前只有光球层的磁场能够相对精确地测量, 所以只能计算电流螺度的一部分 $h_c = B_{\parallel} \cdot (\nabla \times \vec{B})_{\parallel}$, 而另一种计算活动区螺度的方法

是在线性无力场假定下磁场满足 $\nabla \times \vec{B} = \alpha \vec{B}$, 则 $\alpha = h_c/B^2$ 从而根据 α 的值判断活动区的磁螺度的正负。

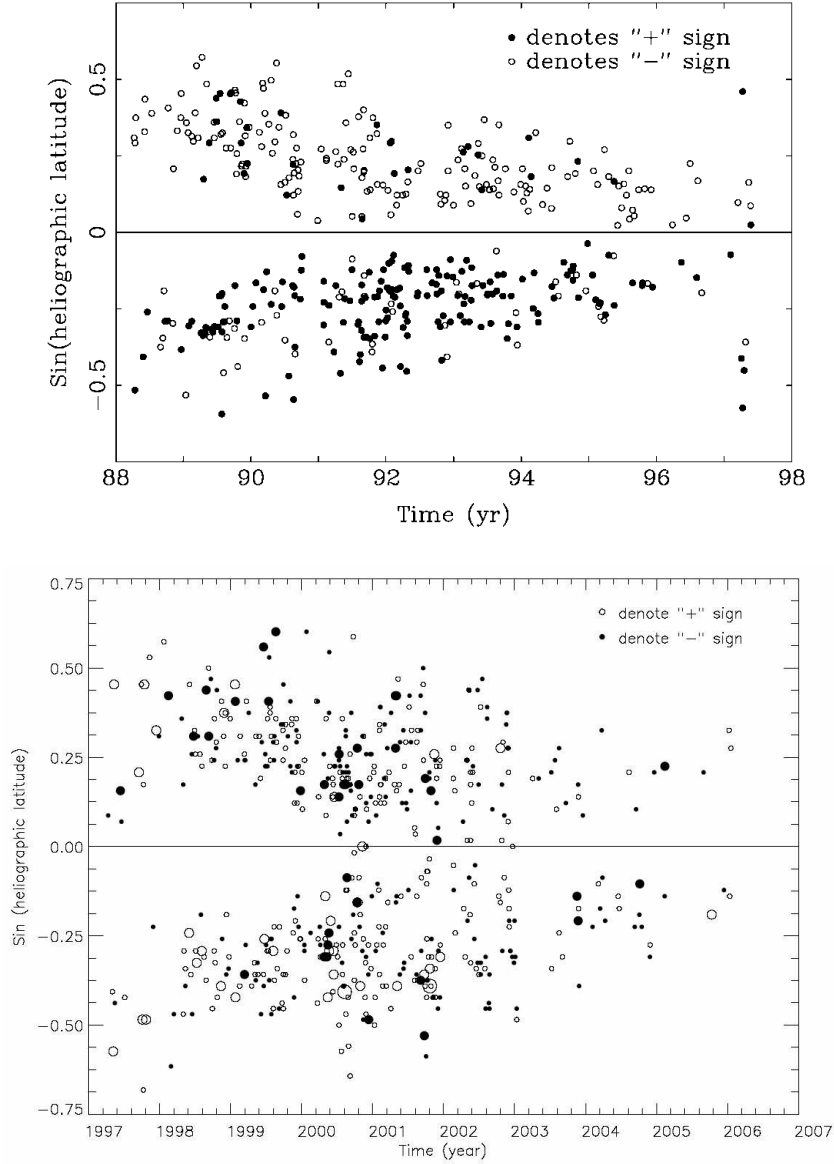


图 2.6: 上图是 22 太阳活动周活动区电流螺度的分布 (Bao and Zhang 1998); 下图是 23 周太阳活动周活动区电流螺度的分布。

活动区携带的螺度同时也能反应太阳上的发电机过程从而对现有的各种发电机模型进行有效的参数的限制。Kleeorin et al. (2003) 在 Parker 迁移发电机

模型 (Parker 1955) 的框架下, 利用怀柔 10 年的矢量磁场观测数据 (1988-1997), 给出了在发电机模型中电流螺度的演化并对发电机模型中的参数给出了限制区间 (图 2.7)。Zhang et al. (2006) 将活动区根据与太阳自身旋转相比的快慢程度划分为深、中部、浅三类, 计算得到的随深度变化的电流螺度与发电机模型得到的电流螺度随深度的分布吻合得很好, 并且发现随深度的增加, 不满足半球螺度法则的电流螺度也随之增加。但是注意到目前只能观测到太阳光球层的磁场, 所以只能计算光球层电流螺度的一部分, 而不知道活动区包括日冕内总的电流螺度是多少。另一方面太阳光球层实际上是不满足无力场条件的, 如果用光球层推断得到的 α 参数作为衡量活动区螺度的参量也是有问题的。从本章对螺度概念的叙述中我们可以看到在日冕大气的近似理想磁流体的条件下螺度是守恒的, 如果我们通过光球矢量磁场计算磁螺度的传输就可以得到整个活动区螺度的值, 而不需要太阳日冕层中的磁场信息, 这样与用 α 和电流螺度两个参量相比, 能够更好的探讨半球螺度法则和发电机的问题。

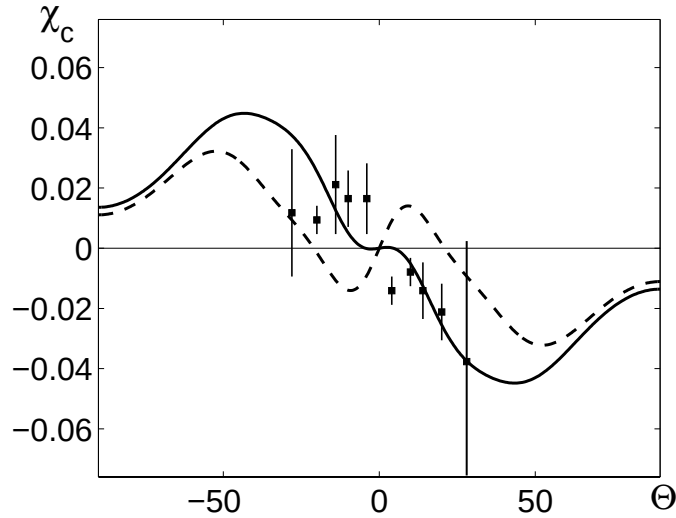


图 2.7: 发电机模型中与电流螺度相关参数 $\langle \chi^c \rangle$ 随纬度变化与实际观测电流螺度 (黑色方块) 的对比。实线和虚线分别是两组发电机参数下与观测数据的拟合 (Kleeorin et al. 2003)。

Lanbonte et al. (2007) 研究了 393 个活动区的螺度传输。用螺度传输率统计得到在北 (南) 半球 57%(60%) 的活动区传输负 (正) 螺度的结果, 呈现出相对较弱的半球手正性。我们知道磁螺度是一个积分量, 当利用磁螺度传输计算

螺度积累的时候,必需从初始时刻开始计算,才能得到一个活动区最终积累的螺度。这意味着研究浮现活动区的螺度积累是一个必要的课题。

磁螺度的存在意味着空间内磁场的自由能不为零;通过光球层在日冕中积累的磁螺度意味着磁能的积累,这些磁能的释放和太阳耀斑和日冕物质抛射有着紧密的联系 (Liu and Zhang 2002)。LaBonte et al. (2007) 研究了 48 个 X 级耀斑活动区和 345 个非耀斑活动区。发现 X 级别耀斑发生的螺度传输率的阈值是 $6 \times 10^{36} \text{ Mx}^2 \text{ s}^{-1}$ (如图 2.8), 并且 X- 级耀斑活动区的磁螺度的积累明显高于非耀斑的活动区。Zhang et al. (2008) 研究活动区 AR10930 的爆发事件,发现在耀斑发生时磁螺度传输率迅速的从负值变为正值,并且在太阳射电辐射 2.84GHz 波段也出现明显的扰动 (图 2.9)。在磁螺度积累太阳活动现象的理论分析中, Zhang et al. (2006) 分析了线性无力场的磁螺度积累与日冕物质抛射之间的关系,发现线性无力场存在着磁螺度的上限,如果超过了这个上限就会引起磁流体力学不稳定性,从而引起日冕物质抛射。

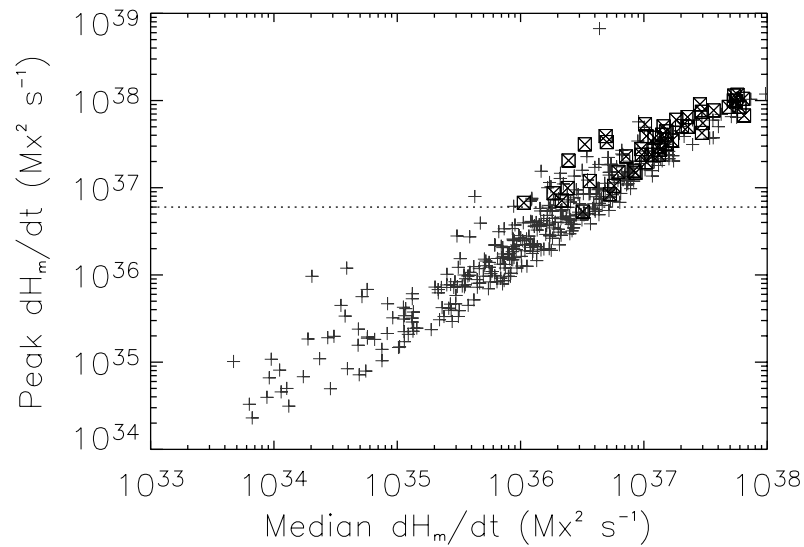


图 2.8: 观测时间内峰值磁螺度传输率和平均磁螺度传输率关系图, 十字符号是非耀斑活动区, 方框代表是 X- 级耀斑活动区。可以看到产生 X- 级耀斑的峰值螺度传输率大于 6×10^{36} (LaBonte et al. 2007)。

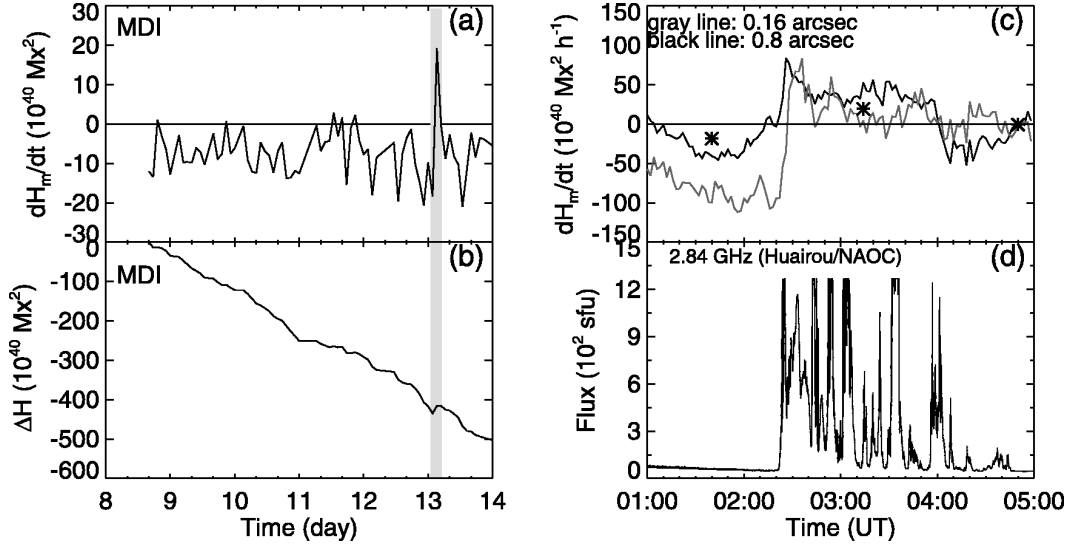


图 2.9: (a) 在 2006 年 12 月 8 号到 14 号螺度传输率的长时间演化; (b) 积累磁螺度的演化; (c) 在耀斑前后的磁螺度传输率的演化; (d) 怀柔射电频谱仪在 2.4GHz 波段的演化 (Zhang et al. 2008)。

日冕中磁螺度的积累主要来源于活动区, 宁静太阳的注入量甚至相对于单独一个活动区注入磁螺度的量可以忽略不计 (Welsh & Longcope 2003)。Liu and Zhang (2006) 研究了快速上浮的 δ 活动区 NOAA 10488 的磁场、运动和螺度的演化特征。我们发现活动区积累可以分为两个阶段: 旋转相和剪切相。光球足点的扭绞形成在活动区上浮的旋转相, 而两个磁流系统之间的强剪切形成在接下来的剪切相, 并最终形成了 δ 黑子。Jeong and Chae (2007) 研究了四个活动区几个太阳自转周内的磁螺度传输, 发现在活动区在浮现和增长的阶段传输了大量的磁螺度, 认为磁对消可能是造成反常螺度传输的原因, 并且发现较差自转的贡献对与活动区螺度的积累相比是可以忽略的。活动区的磁螺度积累的大小个磁通量的大小存在较强的依赖关系 (图 2.10 给出 Jeong and Chae 2007 样本中的一个事例)。Zhang (2001) 研究了新浮现 δ 活动区 NOAA7321 的矢量磁场的演化, 也给出了活动区浮现携带螺度的观测证据。Nindos and Zhang (2002) 通过研究活动区的磁螺度积累与 CME 爆发的关系, 也发现了足点运动造成的磁螺度积累对于 CME 所携带的螺度贡献是很小的。Zhang and Low

(2005) 也提出了 CME 是日冕连续不断的磁流浮现积累磁螺度的结果。因此研究浮现活动区的螺度积累对于分析日冕的磁螺度积累和太阳活动具有重要的意义。

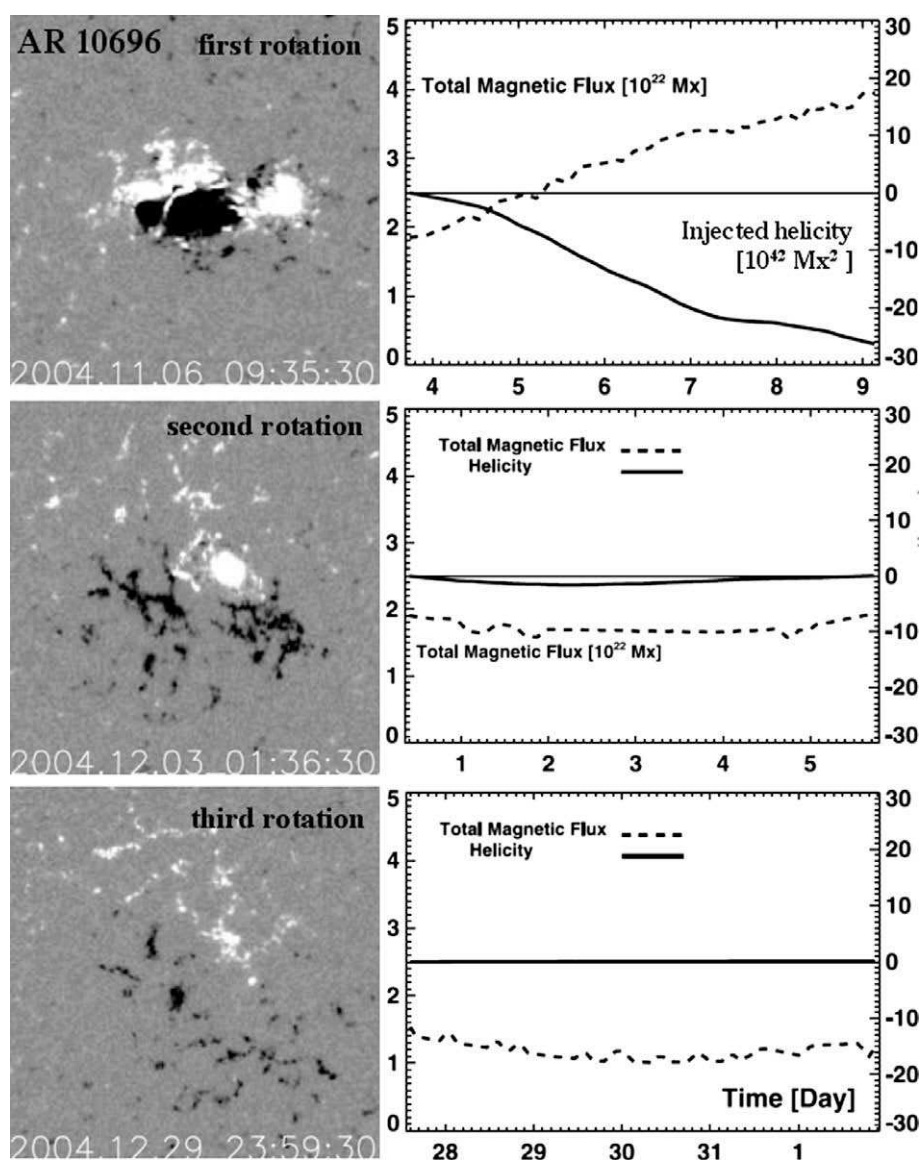


图 2.10: 活动区 AR10696 在三个太阳自转周的磁螺度积累, 左列是视向磁场的演化, 右列是相应的螺度积累 (实线) 和磁通量 (虚线) 随时间的演化。其中左轴标注是磁通量, 右轴标注是磁螺度 (Jeong and Chae 2007)。

理论上现在认为, 活动区是磁流管从对流层底部 tacholine 层浮现到光球层形成的。在对流层中我们可以近似认为磁螺度守恒。这就意味着浮现活动区携带了 tacholine 层和对流层中的信息。Labonte et al. (2007) 比较了 393 个活动区积累螺度和磁通量之间的关系, 发现两者之间有良好的相关性 ($H = 0.022\Phi^2$, 如图 2.11)。Fan (1999) 用数值模拟的方法研究缠绕磁流管的浮现, 发现当缠绕超过一定的程度时会发生 Kink 不稳定性, 由于磁螺度守恒会导致磁流管的螺度—twist 有一部分向磁流管轴的扭曲-writhe 转化。假设 α_{best} 或者电流螺度代表活动区的 twist 和倾角 (Tilt angle) 反映活动区的 writhe 的假设下, Canfield 和 Pevtsov (1998), Sakurai 和 Hagino (2003) 发现 twist 和 writhe 之间是正相关的关系。然而 Tian et al. (2001) 和 Lopez Fuentes et al. (2003) 却发现两者是负相关的关系。从前所述我们已经知道用 α 和电流螺度表述活动区的螺度是不完备的。如果我们用浮现活动区计算积累的磁螺度就能更好的讨论浮现磁流管中 twist 和 writhe 之间的关系。

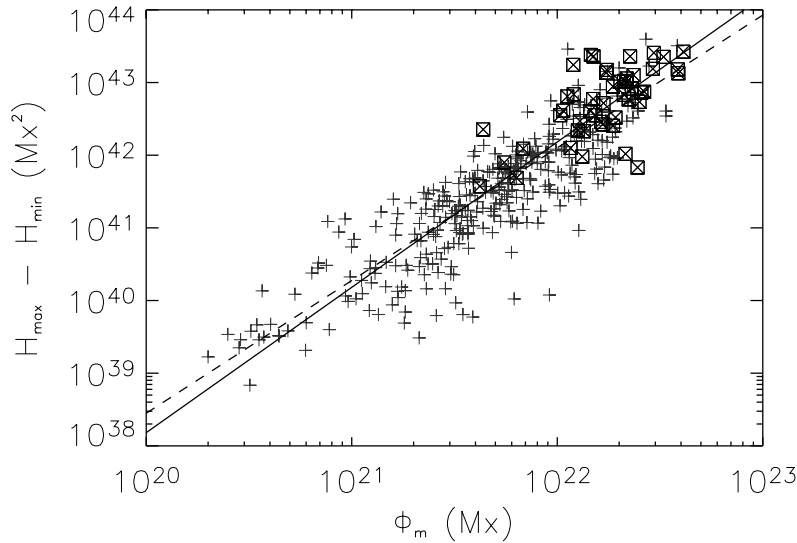


图 2.11: 积累螺度和磁通量之间的关系 (LaBonte et al. 2007)。

2.6.3 磁螺度与数值模拟

从 2.6.1 和 2.6.2 两小节我们可以看到磁螺度的传输从观测上我们可以直接得到, 并取得了一系列的观测结果; 但是采用 LCT 方法得到的磁场螺度是否真正包含了所有传输的螺度 (Demoulin and Parlat 2009), 这需要用数值模

拟的方法来检验。迄今为止只有很少的 MHD 数值模拟讨论了计算螺度方法的合理性 (Welsh et al. 2007; Ravindra et al. 2008; Schuck 2008), 认为水平速度的剪切和扭转造成的磁螺度的传输可以很好地用现有的方法得到, 但是由于磁流浮现所造成的磁螺度传输不能很好的侦测到 (如图 2.12)。这些结果不支持 Demoulin and Berger (2003) 提出的在理想磁流体和一定的几何关系下利用 (2.61) 式能够得到完整的螺度传输。而利用 LCT 方法得到的螺度积累是否能够提供足够给 CME 和行星际磁云中的磁螺度也仍然在讨论之中。所以结合数值模拟的方法探讨根据观测到的纵向磁图能否很好完整地得到磁螺度传输量仍然是一个重要的课题。

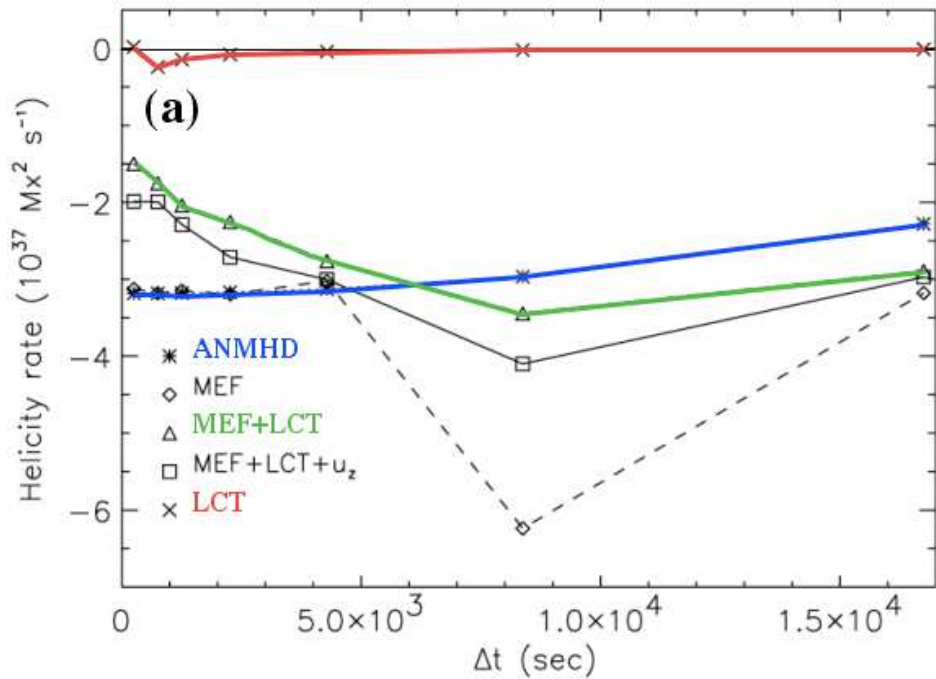


图 2.12: 不同计算速度方法得到的螺度传输率与 ANMHD 数值模拟程序 (Abbett et al. 2000) 得到结果的比较 (Ravindra et al. 2008)

如果给定磁场 $\vec{B}$, 我们需要计算与之相关的矢势 $\vec{A}$, 参考势场 $\vec{P}$ 和相应的矢势 $\vec{A}_p$ 。Devore (2000) 首次提出了一种简化方法得到给定磁场的参考势场, 但是根据这种简化方法计算太阳上较差自转造成活动区的磁螺度积累的值在一定

时间后和根据较差自转剪切流产生的螺度值（北半球为负南半球为正）预期不一致（如图 2.13 所示）。Amari et al. (2003ab), Fan and Gibson (2004) 在研究磁流管的爆发中也计算了数值模拟空间内的磁螺度，但是上述方法都没有考虑螺度积累和边界上螺度传输之间的自洽性：边界上螺度的传输应等于内部空间内计算得到的磁螺度的积累量。

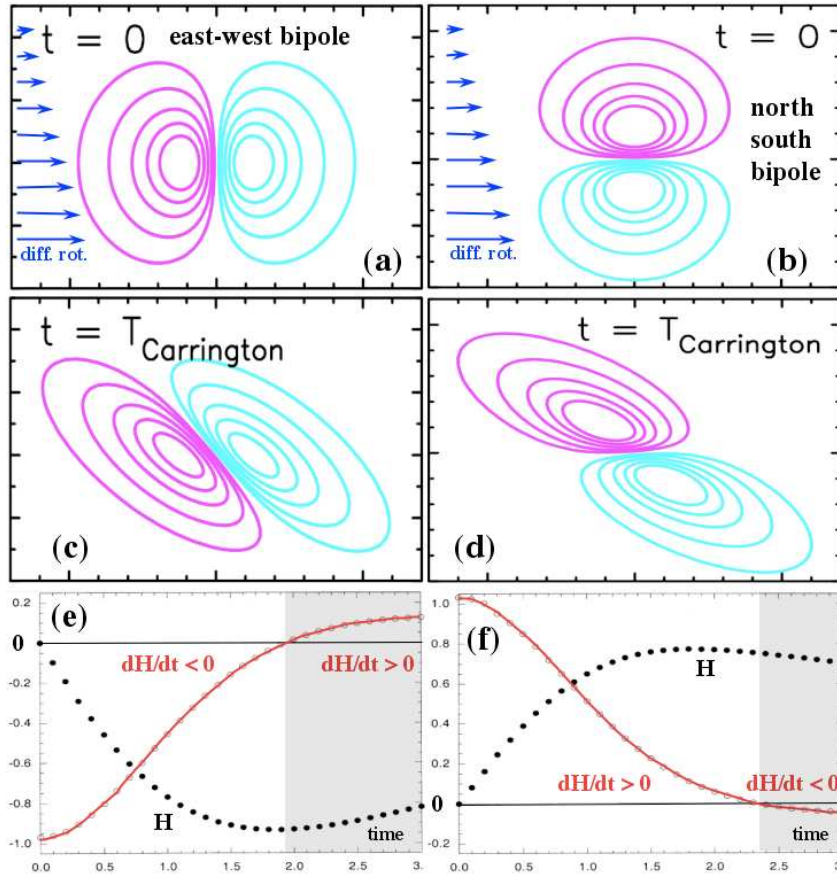


图 2.13: 北半球偶极活动区在较差自转下的螺度传输。左右两列两图分别对应着两种初始状态下的演化。 $t=0$ 对应着初始磁场位形 (a 和 b); $t=T$ 对应着最终的磁场位形 (c 和 d)。e 和 f 分别对应着两种情况下的螺度传输率和积累螺度可以看到同样在北半球，同样的较差自转速度分布情况下两者的螺度传输符号是相反的 (Devore 2000)。

另外, Cheung et al. (2005, 2008) 利用数值模拟的方法研究浮现磁流管的

磁螺度传输率（图 2.14），他们发现浮现活动区的早期阶段的螺度传输是由浮现主导的，随后当磁流管更垂直于光球层的时候，足点的剪切对磁螺度的积累变得更重要，这印证了 Liu and Zhang(2006) 对快速浮现活动区螺度积累的研究结果。

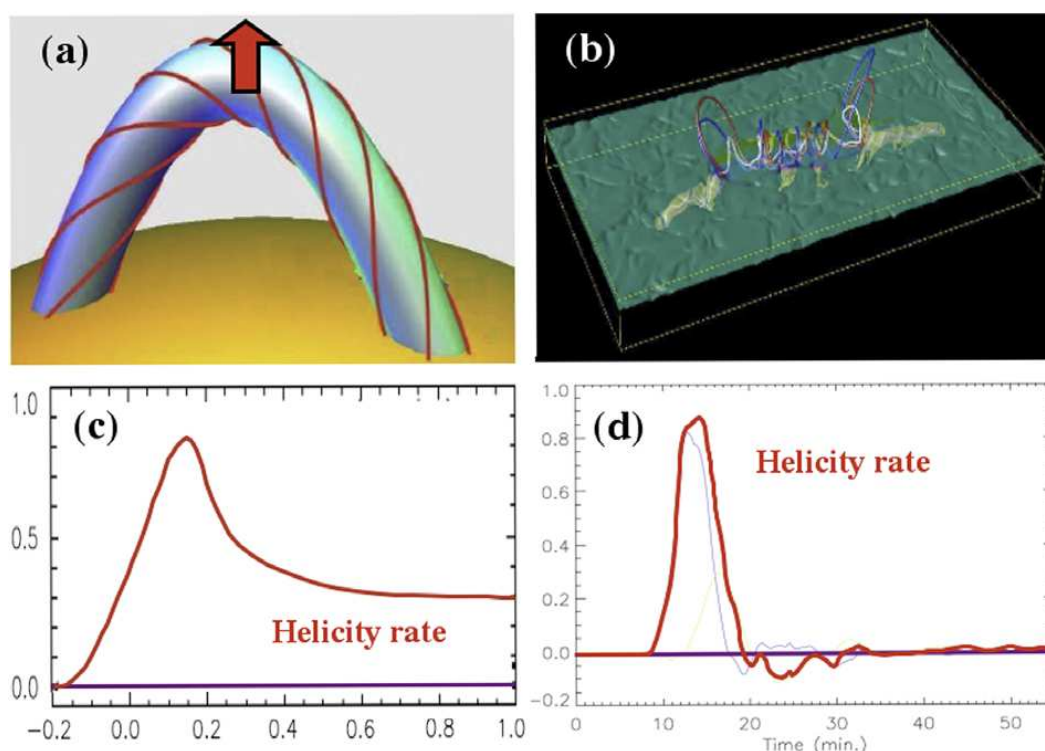


图 2.14: 浮现磁流管磁螺度传输的数值模拟。左列是假设该磁场流管是匀速向上运动的 (Pariat et al. 2005); 右列是穿过光球层的磁流管的数值模拟 (Cheung et al. 2005)

积累磁螺度与耀斑的关系如何？耀斑中的磁螺度是如何演化的？活动区中积累的磁螺度在空间中是如何演化和分布的？尤其是结合实际的活动区演化的磁螺度传输的数值模拟更是必要的。从事这几个研究工作的基础是如何计算三维有限空间中的相对磁螺度。同时我们要检验边界面上磁螺度的传输是否等于根据计算得到三维空间磁螺度的积累值，从而证明计算方法的合理性。

2.7 本文的目的和意义

从上述内容我们可以看到, 给定空间内的磁螺度积累可以通过计算在该空间边界面上的磁螺度的传输而得到。在太阳光球层, 我们有相对精确的磁场和速度场, 从而可以计算出在太阳大气中的磁螺度积累。浮现活动区是可以看到初始浮现阶段的活动区, 由于磁螺度的积累是一个随时间演化的积分量, 将太阳上的浮现活动区作为研究对象可以探讨磁螺度积累的整个过程。本文的目的归纳为如下三方面:

研究浮现活动区的磁螺度积累可以探讨太阳内部的磁螺度的产生过程和特征。在本论文的第三章探讨了浮现活动区的磁螺度积累和统计特征。

(2) 浮现活动区携带的磁螺度在太阳大气中的螺度是近似守恒的, 研究其中积累的磁螺度是如何演化的, 与太阳耀斑、日冕物质抛射 (CME) 有何关系也是一个有意义的课题。在本论文的第四章探讨了相邻活动区的磁螺度交换。

(3) 目前我们没有在日冕层的精确测量的磁场, 所以必须借助于数值模拟方法研究日冕大气中积累的磁螺度是如何演化的, 在本论文的第五章做了对数值模拟中磁螺度计算的初步探讨。

第三章 浮现活动区磁螺度积累的统计研究

3.1 引言

磁螺度是描述太阳日冕磁场的一个重要的几何参量（参考 Berger 1999）。在空间 V 内磁螺度可以由公式

$$H_M = \int_V \vec{A} \cdot \vec{B} dV \quad (3.1)$$

给定。其中 $\vec{B}$ 是在该空间内的磁场， $\vec{A}$ 是 $\vec{B}$ 的矢势。磁螺度在理想磁流体中是守恒的（Wotjer 1958）。在磁雷诺数足够大时的快速磁重联中也是近似守恒的（Berger & Field 1984）。日冕满足理想磁流体条件，所以在太阳大气中的磁螺度来源于光球以下。在太阳大气中积累的螺度带来了非势的磁场能量。从而产生了太阳上的活动现象，例如太阳耀斑（Zhang 2006）、暗条爆发（Chae et al. 2001a）、CMEs（Zhang et al. 2006）。磁场螺度的守恒性同时也能反映太阳发电机的过程（Seehafer et al. 2003; Kuzayan et al. 2003）。

由于磁螺度在磁场不满足边界条件 $\vec{B} \cdot \hat{n} = 0$ 的情况不具有规范不变性，它不能从观测中直接得到。所以我们需要其它的方法去研究在太阳大气中的螺度属性。最近，许多作者使用矢量磁图计算电流螺度 $h_c = \mu_0 B_z J_z$ （Abramenko et al. 1996; Bao and Zhang 1998）或者活动区的线性无力场参数 α_{best} （Pevtsov, Canfield and Metcalf 1995; Tian et al. 2001）来代表活动区的螺度。所有上述的研究揭示了在南（北）半球的正（负）螺度占主导的规律，称为“半球螺度法则”。

Berger 和 Field（1984）指出在开放边界条件下，相对磁螺度将也具有规范不变性。在给定空间 V 内相对螺度的一般表达式可以写成（Finn and Antonsen 1985）：

$$H_R = \int_V (\vec{A} + \vec{A}_p) \cdot (\vec{B} - \vec{P}) dV \quad (3.2)$$

其中 $\vec{B}$ 是在该空间内的磁场， $\vec{A}$ 是 $\vec{B}$ 的矢势。 $\vec{P}$ 是参考势场， $\vec{A}_p$ 是与势场对应的矢势。势场满足如下条件：

$$\nabla \times \vec{P} = 0 \quad (3.3)$$

$$\vec{P} \cdot \hat{n}|_S = \vec{B} \cdot \hat{n}|_S \quad (3.4)$$

并且 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$ 满足同样的规范。在理想磁流体中穿过开放边界条件的相对螺度的传输率为：

$$\frac{dH_R}{dt} = -2 \int_V ((\vec{A}_p \cdot \vec{V})\vec{B} - (\vec{A}_p \cdot \vec{B})\vec{V}) \cdot d\vec{S} \quad (3.5)$$

在 (3.5) 式中，第一项代表的是由于边界上剪切运动造成的相对磁螺度的传输；第二项代表是由于磁流浮现带来的相对磁螺度的传输。Chae (2001a) 利用局部相关跟踪和快速傅立叶变换的方法得到水平速度和矢势。



图 3.1: (a) twist; (b) writhe。

磁流管的螺度可以分解为绕磁流管轴的扭曲 —twist¹和磁流管轴自身的扭曲 —writhe²。twist 和 writhe 的示意图如图 3.1 所示。观测上已经有大量的事实证明活动区在光球这一层次上有着明显的 twist 和 writhe (例如 Canfield and Pevtsov 1998)。活动区通常认为是由从对流层中浮现的磁流管形成的 (例如 Gilman and Charbonneau 1999)，并且磁流管需要有一定的 twist 来阻止在对流区浮现时由于流体在它后面产生的涡流对它的影响 (Fan et al. 1999)。当磁流管从对流层中浮现时，主要有两个来源形成磁流管的 writhe：一个是内部的不稳定性例如 kink instability (Leka et al. 1996; Linton et al. 1998; Fan et al. 1999)。由于磁螺度的守恒，Kink instability 造成浮现磁流管的轴扭曲带来的 writhe 与磁流管内部的 twist 符号相同。另一个是克里奥利力 (参考：Fisher

¹本文中以下使用 twist 表示绕磁流管轴的扭曲

²本文中以下使用 writhe 表示磁流管轴自身的扭曲

et al. 2000)。当一个磁流管在北(南)半球浮现时, 克里奥利力会造成它的轴扭曲。由于螺度的守恒, 大小相等符号相反的 twist 和 writhe 会随之产生。这个效应同时也会造成太阳上所谓的 Joy's 定律: 前导黑子要比后随黑子更加靠近赤道 (Hale 1999)。因此, 分析活动区之间 twist 和 writhe 之间的关系是一个很重要的分析不同作用力对于活动区螺度影响的重要方法。在假设 α_{best} 或者电流螺度代表活动区的 twist 和 tilt angle 反映活动区的 writhe 的假设下, Canfield 和 Pevtsov (1998), Sakurai 和 Hagino (2003) 发现 twist 和 writhe 之间是正相关的关系。然而 Tian et al. (2001) 和 Lopez Fuentes et al. (2003) 却发现两者是负相关的关系。Twist 和 Writhe 作为一个磁流管的几何属性, 由于螺度守恒是可以相互转化的。我们从螺度守恒的观点去分析 twist 和 writhe 的关系应该是更合理的。如果初始时刻一个有 twist 而没有初始 writhe 的磁流管从对流区中浮现, 它的 writhe 只来源于 Kink instability, 则它的螺度和 writhe 应该是相同的符号; 如果一个有 twist 的磁流管从对流区中浮现, 它的 writhe 只来源于克里奥利力, 则 writhe 在北半球为正, 南半球为负。在 (6) 式积累的相对螺度可以看作是包含 twist 和 writhe 的总螺度。那么在活动区中的积累螺度和 writhe 是什么关系呢?

注意到日冕中的螺度有不同的来源: 新的浮现磁流, 磁流管足点的运动和旋转等。太阳光球的较差自转不能提供给太阳日冕和 CMEs 提供足够的螺度 (Demoulin et al. 2002b; Green et al. 2002; Mandrini et al. 2004)。许多作者研究过活动区积累的螺度。Lanbonte et al. (2007) 研究了 48 个耀斑活动区和 345 个非耀斑活动区。他们发现 X 级别耀斑发生的螺度传速率的阈值是 $6 \times 10^{36} Mx^2 s^{-1}$, 并且所积累的螺度足够提供给与之相关的日冕物质抛射。他们同时发现了很弱的半球手征性, 认为可能是较差自转引起的。但是在他们的样本中没有考虑活动区的初始浮现阶段, 所以不能完全揭示活动区的螺度积累特征。Jeong 和 Chae (2007) 研究了一些新活动区螺度积累, 提出了磁浮现是螺度传输的主要来源。Tian 和 Alexander (2008) 研究了 19 个新浮的活动区得到了相似的结果。但是浮现活动区的螺度统计特征仍然不是很清楚。

为了研究上述问题, 我们从 MDI 数据中选取了 58 个新浮现的活动区。根据 Chae (2001) 年的方法研究活动区积累的总磁螺度的特征; 根据 Lopez Fuentes et al. (2003) 年根据活动区磁倾角的演化判断研究活动区的 writhe。在文 3.2, 我们介绍观测样本和数据的处理过程; 在 3.3 我们描述计算螺度和磁倾角的步骤。在 3.4 我们给出统计的结果, 在最后的 3.5 我们进行总结和讨论。

3.2 观测和数据处理

我们使用的 SOHO/MDI 的全日面视向磁图是由 1024×1024 的 CCD 采集, 像元大小是 $2''$ 。MDI 磁场数据已经进行定标, 转换因子为 2.82 GDN^{-1} (Schrijver et al. 1997)。有两种磁场数据: 1 分钟磁图和 96 分钟磁图。我们使用 96 分钟磁图以提高数据的信噪比。选择的浮现活动区在 1996-2006 年之间。

具体的选择数据的过程如下: 首先, 我们从太阳活动区监视图 (Solar Active Region Monitor, Gallagher, P. et al. 2002) 上下载自从 SOHO 发射上天以后 1996 到 2006 年的数据。第二步, 我们比较前后两天的磁图。如果我们发现与前一天相比一个有 NOAA 编号的新活动区浮现, 并且该活动区在未来的几天也没有复杂的结构例如 γ 或者 δ 出现, 则该活动区就被选为样本。我们得到了 58 个这样的样本: 25 个在北半球, 33 个在南半球。然后我们跟踪此活动区直到日面西边缘。事实上由于 MDI 仪器本身的影响, 在靠近日面边缘的活动区磁图已经不适用了。在所选择的 58 个活动区中跟踪的时间是 2.3 天到 8.7 天之间。最后我们利用 Chae et al. (2001) 中使用的投影改正, 磁流内插和几何阈值修正的方法对得到的数据进行处理。在处理得到的磁图中我们移去了较差自转的影响。较差自转使用的是 (Howard et al. 1990) 中给定的表达式:

$$\omega(\lambda) = a + b \sin^2 \lambda + c \sin^4 \lambda \quad (3.6)$$

其中 $a = 14.33$ 度/天, $b = -2.12$ 度/天和 $c = -1.83$ 度/天。最后得到的磁图的像元大小是 $1''$ 。纵向磁场 (垂直于光球层的磁场) 的大小是用视向磁场乘以 $1/\cos\psi$, 其中 ψ 是相应区域的日面经度 (Liu & Zhang 2006)。数据处理后, 活动区的日面经度在 -65° 到 65° 之间, 日面纬度在 -40° 到 40° 之间。卡林顿坐标和磁通量的分布见图 3.2。

3.3 螺度和倾角

3.3.1 螺度

螺度传输率 $\frac{dH_B}{dt}$ 是根据 3.5 式计算得到。我们使用 Chae et al. (2001) FFT 的方法得到矢势 $\vec{A}_p$, 用局部相关跟踪的方法从处理得到的一系列纵向磁图中计算水平速度场 $\vec{V}$ 。尽管在用相关跟踪方法计算水平速度场中存在着一些问题 (Demoulin and Berger 2003; Schuck 2005; Welsh et al. 2004), 不同方法得

到的水平速度场之间没有明显的改变。例如, Santos et al. (2005) 比较了利用 LCT、ILCT 和 MEF 方法得到的水平速度场, 发现不同方法得到的结果比较近似。

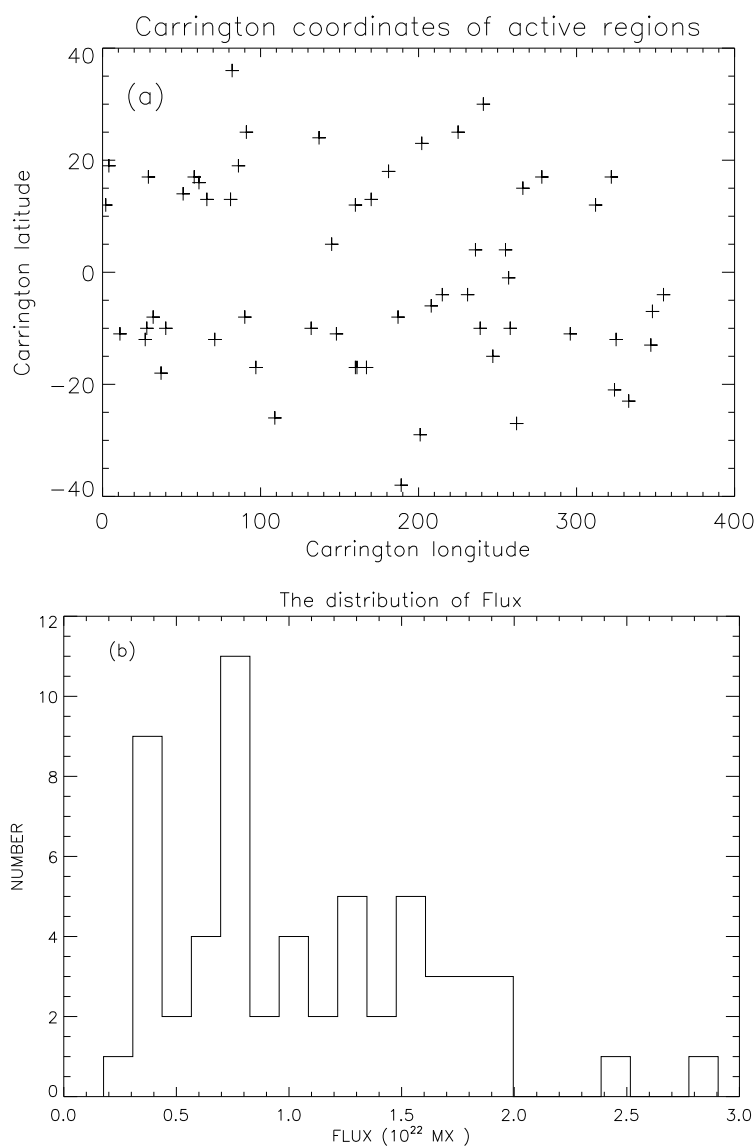


图 3.2: 图 (a) 是活动区的卡林顿坐标, 图 (b) 是活动区的磁通量分布。

MDI 数据像元大小是 $1.97784''$. 在光球上磁流的特征水平速度大约是 1.5km/s (Chae et al. 2001). 而根据在 3.2 中数据处理的步骤最后得到的数据每个像元是 $1''$. 所以两张最后处理得到的 96 分钟磁图之间的位移大约是 12 个像

素。在 LCT 方法中, 我们选择跟踪窗口是 $12''$ 。为了降低噪声, 我们设定在磁场小于 10 高斯的区域的速度为零。为了更好的跟踪选定的活动区, 排除在活动区以外区域的影响, 我们选定相关跟踪相关系数在 0.9 以下区域的速度也为零。小尺度和寿命小于 96 分钟的磁流结构, 对最后的磁场传输率的影响在 10% 以内 (Chae et al. 2004; Liu & Zhang 2006)。

Pariat et al. (2005) 定义了一个新的磁螺度传输率密度 G_θ 代替上述方法中得到的螺度传输率密度 $G_A = -2(\vec{A}_p \cdot V_{LCT})B_n$ 。他们的方法与用 LCT 方法得到的螺度传输率密度相比能够得到更精确的螺度传输率密度分布图。在我们的工作中只需要考虑螺度率传输密度的积分 - 螺度传输率, 所以螺度传输率密度分布就不重要了。Lim et al.(2007) 比较了使用 LCT 方法得到的螺度传输和 LFFF 方法得到的螺度。他们的结果也支持了本文所应用方法的合理性。

在得到螺度传输率以后, 对于给定时刻 t 的螺度传输率用下式表示:

$$H_R(t) = \int_0^t \frac{dH_R(t)}{dt} dt \quad (3.7)$$

其中 $t = 0$ 时刻对应着活动区浮现的初始时刻。事实上我们使用下面的求和公式计算最终积累的螺度:

$$H_R(t_n) = \sum_{t=0}^n \frac{dH_R(t_i)}{dt} \cdot \Delta t_i \quad (3.8)$$

3.3.2 倾角

第二十三周的太阳黑子的前导极性在北半球为正, 在南半球为负。我们定义北(南)坐标系的原点在活动区的正(负)极磁流的重心。 x 方向是太阳自转的方向, y 方向从南向北。则从相应坐标系的原点到活动区后随极性的磁流重心的矢量的方向角定义为磁倾角 Ta (图 3.3)。 Ta 的取值范围是 $0^\circ < Ta \leq 360^\circ$ 。为了减小计算活动区磁倾角的误差, 我们只考虑在磁图中 15 高斯以上的磁场。另外在我们的分析中已经移去了较差自转的影响。如果假设一个活动区在南北方向上延展 10° 且所在纬度大约是 $0^\circ \sim 30^\circ$, 则由于较差自转造成的旋转速率是在 $0.0656^\circ/day$ 到 $0.544^\circ/day$ 之间。对于一个典型的在我们研究样本中的活动区, 大约经历 10 天穿过日面, 所以较差自转对于磁倾角的计算的影响最大值是 $5^\circ.44$ 。

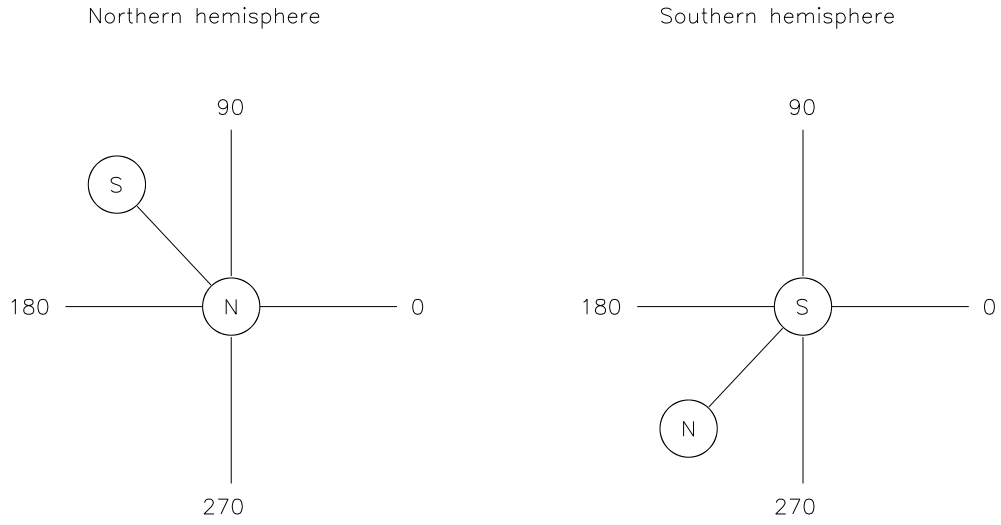


图 3.3: 本文使用的磁倾角 (Ta) 的图示。左图 (右图) 是描述北 (南) 半球。Ta 的取值范围是 $0^\circ \sim 360^\circ$ 。

3.4 结果

3.4.1 磁通量和螺度

图 3.4 是积分螺度传输率 ($H_{max} - H_{min}$) 与活动区磁通量的关系图。一个活动区磁通量 Φ_m 是该活动区正负磁流绝对值和的一半。图 3.4 中的实线显示的是磁通量和积分螺度的最佳线性拟合是:

$$\log \frac{H_{max} - H_{min}}{H_0} = a \log \frac{\Phi_m}{\Phi_0} + b \quad (3.9)$$

其中 $a=1.85$, $b=-0.41$, $H_0 = 10^{41} MX^2$, $\Phi_0 = 10^{21} MX$ 。Jeong and Chae (2007) 得到的系数 a 是 1.3。Labonte et al. (2007) 得到的是相似的值 1.85。如果我们假设活动区的在日冕部分的日冕环用一个半圆的环表示, 则在这些日冕环中平均的 twist-Tw 值是 $10^b H_0 / \Phi_0^2 = 0.039$ 圈。Nindos et al. (2003) 得到的值在 0.01 圈到 0.17 圈之间。Labonte et al. (2007) 得到的是 0.022。Tian and Alexander (2008) 得到了相似的值 0.03。对于典型的日冕环, 它在光球层的足点是 100Mm。则 twist rate q 的值 (弧度/单位长度) 是 $Tw/(\pi d/2) = 2.48 \times 10^{-12} cm^{-1}$ 。这个结果与 Labonte et al. (2007) 从 48 个 X 级耀斑活动区和 345 个非 X 级耀斑活动区得到的 twist rate q 值 $1.4 \times 10^{-12} cm^{-1}$ 值类似。这些结果要小于用矢量磁图计算 $\alpha_{best} = 2q$ (Pevtsov et al. 1995) 得到的平均 twist rate q 值 $10^{-11} cm^{-1}$

小 1 个数量级。不过要注意到根据细磁流管模型 (Longcope et al. 1998), α_{best} 与 twist rate q 的关系是 $\alpha_{best} = 2q$ 。这个关系能否用在活动区中还处于争论之中 (例如 Leka et al. 2005)。

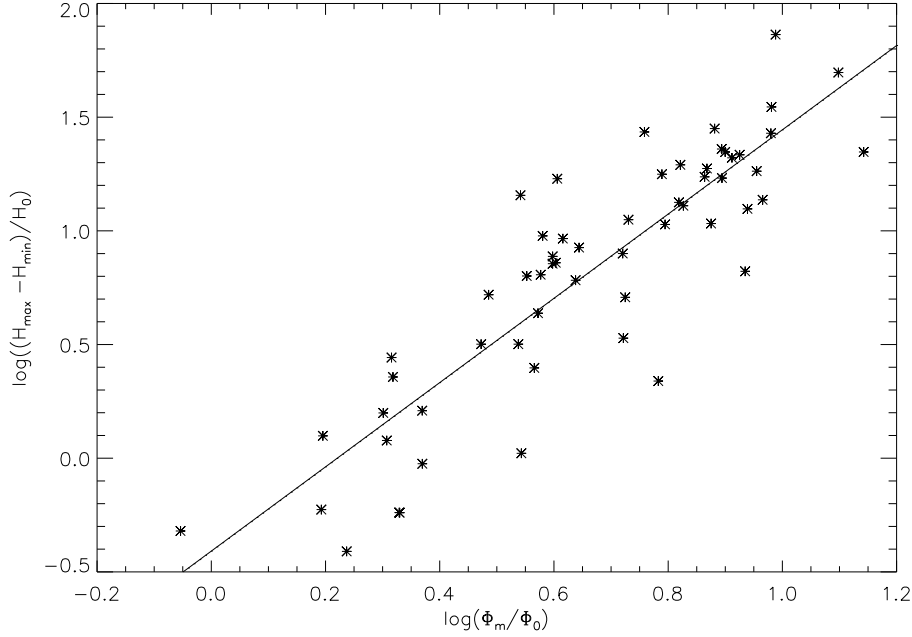


图 3.4: 积累螺度和磁通量关系图。($H_0 = 10^{41} MX^2$, $\Phi_0 = 10^{21} MX$).

3.4.2 两类特殊活动区

为了更好的理解螺度积累和磁倾角演化的关系, 我们将观测的样本根据积累磁螺度的演化和磁倾角的演化之间的关系分为 A 和 B 两类; 我们忽略螺度积累和磁倾角演化的细节, 关注于最后积累的螺度 $H(t)$ 和磁倾角 $\Delta Ta = Ta(t) - Ta(0)$ 的改变。以下我们分别对这类活动区进行描述, 并对每一类给出一个相应的事例。

A 类: $H \cdot \Delta Ta > 0$ 。当磁倾角减小 (增加) 时, 也就是磁倾角顺时针旋转 (逆时针旋转) 时, 积累磁螺度的符号为负 (正)。例如, 活动区 NOAA9931 于 2003 年 4 月 30 号在日面上浮现, 2002 年 5 月 9 号在日面西边缘消失。磁螺度和磁倾角的演化曲线以及视向磁场的演化见图 3.5。

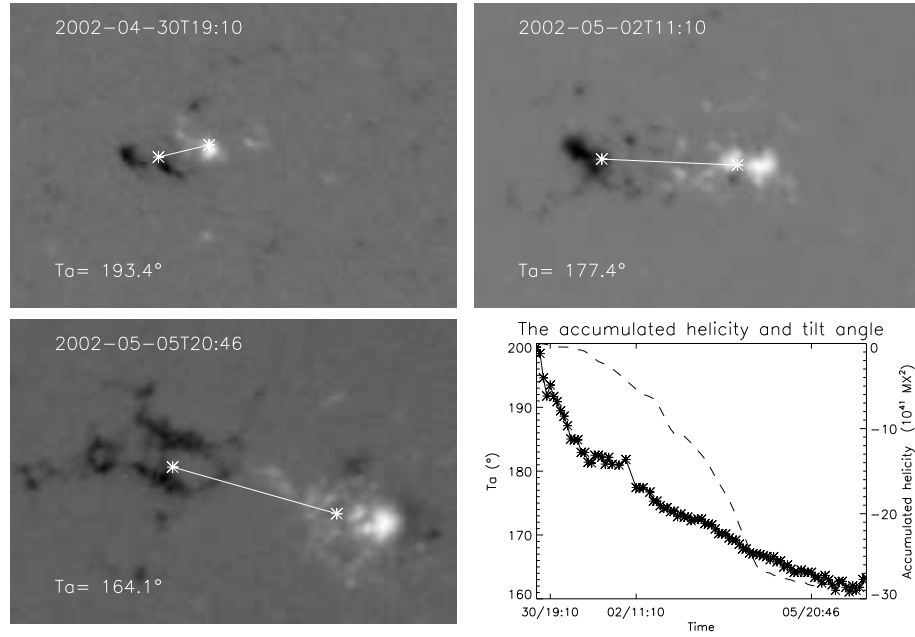


图 3.5: AR09931 是属于 A 类活动区的一个例子。第一行和左下显示的是该活动区在三个不同的时刻磁场的演化。在每张磁图上标注了所在时刻的倾角 Ta 。右下显示的是积累螺度和倾角的演化曲线。左坐标轴标注是 Ta (星号), 右坐标轴标注是积累磁螺度(虚线)。

B 类: $H \cdot \Delta Ta < 0$ 。当磁倾角减小(增加)时, 也就是磁倾角顺时针旋转(逆时针旋转)时, 积累磁螺度的符号为正(负)。例如, 活动区 NOAA9931 于 2003 年 4 月 30 号在日面上浮现, 2002 年 5 月 9 号在日面西边缘消失。磁螺度和磁倾角的演化曲线以及视向磁场的演化见图 3.6。

在给定的 58 个浮现活动区样本中, 43 (占总数的 74%) 个活动区属于 A 类。其中 19 个活动区位于北半球, 24 个活动区在南半球。15 (占总数的 26%) 个活动区属于 B 类。其中 6 个活动区在北半球, 9 个活动区在南半球。积累螺度 H 和 ΔTa 具体的值见本章 3.6 节的附录表 3.3 和 3.4。

样本中所有的活动区都遵守 Hale-Nicholson 定律 (Hale & Nicholson 1925): 在太阳活动 23 周, 在北(南)半球太阳黑子的前导极性是正(负)极性。因此根据 3.3.2 中磁倾角的定义, 在北(南)球的所跟踪活动区最后的 Ta 如果满足 $90^\circ < Ta(t) < 180^\circ$ ($180^\circ < Ta(t) < 270^\circ$), 则认为它满足 Joy 定律(黑子的前导极性比后随极性更靠近太阳赤道, Hale 1919)。在南半球 22 个遵守 Joy 定律

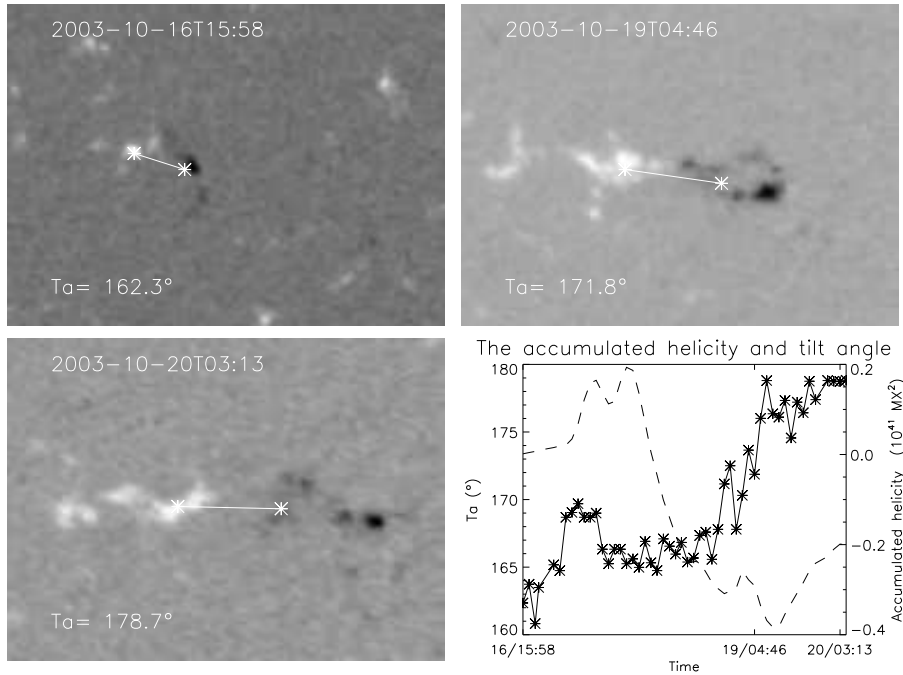


图 3.6: AR10481 是属于 B 类活动区的一个例子。第一行和左下显示的是该活动区在三个不同的时刻磁场的演化。在每张磁图上标注了所在时刻的倾角 T_a 。右下显示的是积累螺度和倾角的演化曲线。左坐标轴标注是 T_a (星号), 右坐标轴标注是积累磁螺度(虚线)。

的活动区中 17 (77%) 个活动区属于 A 类活动区; 而在南半球的另外 11 个不遵守 Joy 定律的活动区中 7 (63%) 个活动区属于 A 类活动区。在北半球的 14 个遵守 Joy 定律的活动区中 11 (79%) 个活动区属于 A 类活动区; 而在北半球的另外 11 个不遵守 Joy 定律的活动区中有 8 (73%) 个活动区属于 A 类活动区。所以对于一个活动区, 如果它遵守 Joy 定律, 属于 A 类活动区的几率是 78%; 如果它不遵守 Joy 定律, 则属于 A 类活动区的几率则只有 68%。根据 Joy 定律两类活动区的具体分布见表 3.1。

活动区的电流螺度和 α_{best} 研究结果显示在南半球趋向于正值, 在北半球趋向于负值 (Seehafer 1990; Bao and Zhang 1998)。南半球 33 个活动区中有 19 (57.6%) 个遵守螺度法则。在这 19 个遵守螺度法则的活动区中 14 (74%) 个活动区属于 A 类活动区; 而在南半球的另外 14 个不遵守螺度法则的活动区中 10 (71%) 个活动区属于 A 类活动区。北半球 25 个活动区中有 14 (56.0%) 个遵

	Joy		Non-Joy		
Hemisphere	S	N	S	N	Total
A	17 (77%)	11 (79%)	7 (63%)	8 (73%)	43 (74%)
B	5 (23%)	3 (21%)	4 (37%)	3 (27%)	15 (26%)
Total	22	14	11	11	58 (100%)

表 3.1: 两类活动区按照 Joy 定律的分布。N (S) 代表北 (南) 半球。表中的 Joy 代表活动区满足 Joy 定律; Non-Joy 代表活动区不满足 Joy 定律。

	HHR		Non-HHR		
Hemisphere	S	N	S	N	Total
A	14 (74%)	13 (93%)	10 (71%)	6 (55%)	43 (74%)
B	5 (26%)	1 (7%)	4 (29%)	5 (45%)	15 (26%)
Total	19	14	14	11	58 (100%)

表 3.2: 两类活动区按照半球螺度法则的分布。N (S) 代表北 (南) 半球。表中的 HHR 代表活动区满足 Joy 定律; Non-HHR 代表活动区不满足 Joy 定律。

守螺度法则。在这 14 个遵守螺度法则的活动区中 13 (93%) 个活动区属于 A 类活动区; 而在北半球的另外 11 个不遵守螺度法则的活动区中有 6 (55%) 个活动区属于 A 类活动区。所以对于一个活动区, 如果它遵守螺度法则, 则它属于 A 类活动区的几率是 82%; 如果它不遵守螺度法则, 则它属于 A 类活动区的几率则只有 64%。根据螺度法则两类活动区的具体分布见表 3.2。

3.5 总结和讨论

我们研究了在 58 个新浮现简单活动区中的磁螺度积累和磁倾角的演化。我们发现其中 74% 的活动区属于 A 类活动区 ($H \cdot \Delta Ta > 0$): 当磁倾角减小 (增加) 时, 也就是磁倾角顺时针旋转 (逆时针旋转) 时, 积累磁螺度的符号为负 (正)。根据 Lopez et al. 2003 的模型假设, 如果足点顺时针转动代表的是磁流管带有负的 writhe; 足点逆时针旋转代表的是活动区有正的 writhe (图 3.7)。则我们研究的浮现活动区中积累的螺度 H 和它们自身磁流管 writhe 之间是同号的关系 ($H \cdot W > 0$)。

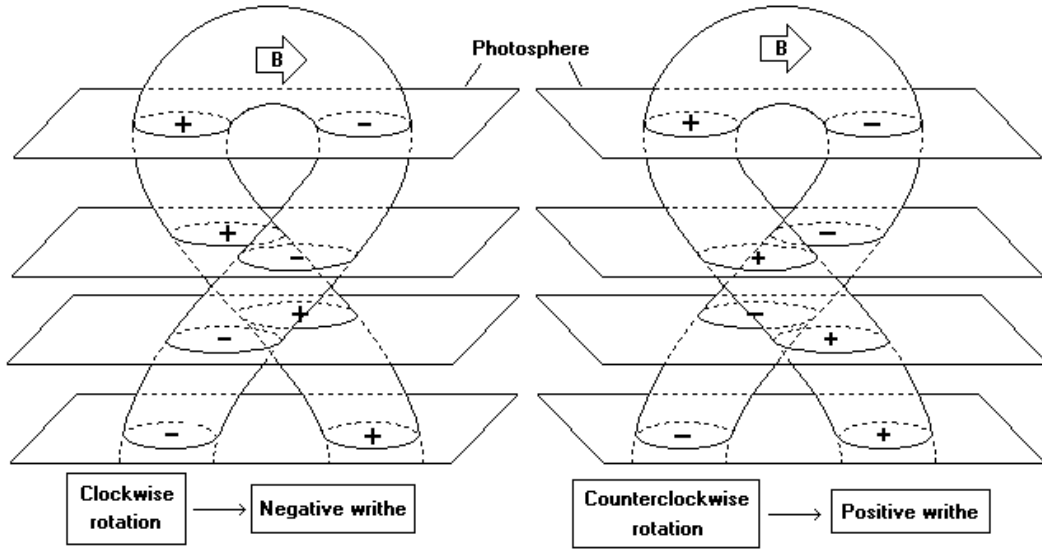


图 3.7: 浮现磁流管足点旋转方向和 writhe 关系图。

对于浮现磁流管的 writhe 有两种可能的来源：内部的不稳定性机制例如 Kink instability 和克里奥利力。我们假设一个磁流管从对流层中浮现，并且初始的 writhe 为 0。这个磁流管中携带的螺度是 $H > 0$, $H < 0$ 或者是 $H = 0$ 。磁流管需要有一定的 twist 来阻止在对流区浮现时由于流体动力在它后面产生的涡流对它的影响 (Fan et al. 1999)。磁流管浮现的模拟也揭示了没有 twist 的磁流管甚至不能够浮现 (Schüssler et al. 1979; Moreno-Insertis & Emonet 1996; Emonet & Moreno-Insertis 1998; Fan et al. 2003; Cheung et al. 2006)。所以我们只考虑两种情况： $H > 0$ 和 $H < 0$ 。

当这个磁流管从对流层浮现时，并且只有克里奥利力扭曲它的轴，赋予它 writhe 螺度，则在北半球增加的是正的 writhe，在南半球增加的是负的 writhe。可是从我们的 58 个样本中，南半球 33 个活动区中只有 15(45%) 个活动区是负的 writhe。而在北半球 25 个活动区中只有 7 (28%) 个活动区是正的 writhe。相当一部分活动区携带的是与预期相反的 writhe。所以克里奥利力不是 writhe 的唯一的来源。

当磁场流管从对流层浮现时获得的 writhe 来源于 kink instability，由于磁螺度的守恒，磁流管的螺度和 writhe 应具有同号的形式 ($H \cdot W > 0$)。这会导致带有负 (正) 螺度磁流管的顶部顺时针 (逆时针) 旋转 (Fan et al. 1999)。在

我们研究的活动区中有 43 (74%) 的活动区满足这个关系。而且, 我们还发现如果一个活动区遵守螺度法则, 则它属于 A 类活动区的几率是 82%。这明显大于它不遵守螺度法则时属于 A 类活动区的 64% 的几率。在北 (南) 半球, 一个 kinked 的磁流管浮现的时候所受到的克里奥力会造成该磁流管顺时针 (逆时针) 的旋转。因此在北半球克里奥力会增强 (减弱) 一个有负 (正) 螺度的 kinked 磁流管在浮现时候顺 (逆) 时针的转动的趋势; 而在南半球会增强 (减弱) 一个有正 (负) 螺度的 kinked 磁流管在浮现时候逆 (顺) 时针的转动的趋势。于是一个活动区如果满足半球螺度法则就会有更高的几率属于 A 类活动区。可见 Kink instability 机制可以很好的解释观测到的活动区积累螺度和磁场倾角演化的关系。

这个结果不同于 Tian et al. (2001) 和 Lopez et al. (2003) 的结论。Tian (2001) 发现研究的 286 个活动区中, 代表活动区 twist 和 writhe 是负相关的关系。他们认为是克里奥力对 untwisted 的磁流管作用造成了 twist 和 writhe 的负相关。Lopez et al. (2003) 研究了 22 个活动区的演化发现只有 35% 的活动区有 kink 的形态。而 41% 的活动区的 twist 和 writhe 的关系是由克里奥力造成的。Kink instability 在上述文章里都没有明显的迹象。Holer et al. (2004) 发现满足 Joy 定律的活动区没有显示明显的 twist 和 tilt 的相关性。而远离 Joy 定律的活动区却显示出明显更强的相关性。他们建议远离 Joy 定律的活动区来源于 Kink 磁流管的浮现。我们的结果也支持 Kink 在浮现磁流管中的存在。

是什么造成了这两种不同的结果? 一个很重要的原因是我们分析的是浮现阶段的活动区 (浮现后 2 至 9 天)。在前述不同结果的研究中, 作者分析的是更长时间的活动区的演化。Lopez et al. (2000, 2003) 选择的样本是从几个卡林顿周期中选择的。Tian (2001) 研究的大部分样本都是成熟的活动区。Holer et al. (2004) 年指出 Tian et al. (2001) 的结果没有考虑 twist 和 writhe 与纬度的关系, 所研究样本的 Kink instability 的信号已经被掩盖了。事实上, Tian (2005) 年分析了 δ 黑子, 发现了证明 kink instability 存在的 twist 和 writhe 之间正相关的关系。可能如 Lopez et al. (2003) 中所指出的那样, 浮现后的磁流管和对流层中大尺度的涡流相互作用压制了 Kink instability 的信号。

在我们的样本中在北 (南) 半球 56.0% (57.6%) 的活动区积累的是负 (正) 的磁螺度。这个结果与 Labonte et al. (2007) 用螺度传输率统计得到在北 (南) 半球 57% (60%) 的活动区传输负 (正) 螺度的结果类似。Labonte et al. (2007)

认为这种弱的螺度法则趋势，是由于在太阳表面的较差自转形成的。如果移除较差自转则活动区传输的螺度违反螺度法则。最近发现强的磁流浮现才是活动区螺度积累的主要来源，又较差自转带来的螺度传输比由于活动区内部运动所造成的螺度传输小 2 到 10 倍（参考 Demoulin 和 Pariat 2009）。所以我们的结果在不移除较差自转的情况下仍然是不变的趋势。注意到我们和 Labonte et al.(2007) 的结果都小于用 α_{best} , 电流螺度和日冕 sigmoid 环结构来统计得到半球螺度法则的结果。在他们的统计中 50%-79% (57.5-78%) 的活动区满足半球螺度法则。一个可能的原因是我们用的是直接计算积累的磁螺度而不是像前述的螺度统计的结果间接得到活动区螺度的信息。

该工作发表于 Astronomy and Astrophysics 2009, in press

3.6 样本附录

TYPE	NOAA	Helicity sign	Helicity	Rotation	ΔTa	Joy's law
A	8164	-	-7.85	-	-55.8	F
	10045	-	-20.5	-	-45.8	F
	10227	-	-10.3	-	-25	F
	10232	-	-0.383	-	-22.5	F
	8117	-	-0.49	-	-9.58	T
	8843	-	-1.47	-	-45.9	T
	9728	-	-3.37	-	-37.7	T
	9931	-	-27.5	-	-36.1	T
	10268	-	-13.8	-	-33	T
	10385	-	-3.84	-	-10.0	T
	10461	-	-6.87	-	-18.3	T
	10838	-	-4.24	-	-13.57	T
	10879	-	-4.75	-	-55.1	T
	8116	+	8.69	+	36.9	F
	9495	+	6.17	+	7.93	F
	10132	+	73.0	+	35	F
	10839	+	1.42	+	37.1	F
	9144	+	49.5	+	67.2	T
	10480	+	0.16	+	12.5	T
B	10646	-	-15.0	+	66.9	F
	8052	+	9.93	-	-15.0	F
	10214	+	12.3	-	-20.7	F
	8722	+	2.73	-	-25.0	T
	8123	+	16.0	-	-32.5	T
	9063	+	24.5	-	-0.8	T

表 3.3: 北半球活动区积累螺度和倾角演化的分布表。积累螺度所在列的单位是 $10^{41} Mx^2$; 倾角变化 ΔTa 所在列的单位是度。积累螺度所在列 + (-) 号代表积累的是正 (负) 的磁螺度。旋转方向所在列的 - (+) 号代表的是活动区顺时针 (逆时针) 旋转。T (F) 表示该活动区是 (否) 遵守 Joy 定律。

TYPE	NOAA	Helicity sign	Helicity	Rotation	ΔTa	Joy's law
A	9139	-	-20.5	-	-22.8	F
	9399	-	-14.1	-	-18.4	F
	10569	-	-5.93	-	-14.3	F
	9897	-	-1.68	-	-37.9	F
	10078	-	-0.021	-	-27.1	F
	9873	-	-26.8	-	-61	T
	8118	-	-6.39	-	-30.2	T
	10141	-	-5.91	-	-70.3	T
	10692	-	-4.12	-	-22.4	T
	10135	-	-0.13	-	-31.3	T
	10298	+	2.24	+	11	F
	10671	+	21.6	+	36.9	F
	10270	+	1.01	+	53.4	T
	10426	+	1.07	+	0.2	T
	10072	+	1.68	+	16.6	T
	10291	+	2.12	+	25.5	T
	10376	+	7.08	+	21.9	T
	8016	+	8.43	+	60.4	T
	10828	+	9.02	+	39	T
	10869	+	17.2	+	15.8	T
	9710	+	15.9	+	37.9	T
	10591	+	17.7	+	28	T
	9396	+	22.2	+	8.58	T
	9417	+	31.9	+	8.11	T
B	10684	-	-0.11	+	4.1	F
	10481	-	-0.2	+	16.5	F
	10454	-	-2.5	+	10.5	T
	8167	-	-1.28	+	2.9	T
	10006	+	0.351	-	-65.3	F
	10489	+	1.14	-	-18.7	F
	8174	+	1.49	-	-6.3	T
	10499	+	3.15	-	-6.9	T
	10837	+	3.6	-	-28	T

表 3.4: 南半球活动区积累螺度和倾角演化的分布表。积累螺度所在列的单位是 $10^{41} Mx^2$; 倾角变化 ΔTa 所在列的单位是度。积累螺度所在列 + (-) 号代表积累的是正 (负) 的磁螺度。旋转方向所在列的 - (+) 号代表的是活动区顺时针 (逆时针) 旋转。T (F) 表示该活动区是 (否) 遵守 Joy 定律。

第四章 浮现活动区的螺度交换

4.1 引言

磁螺度在理想磁流体是守恒的，甚至在磁重联的过程中也是近似守恒的。太阳日冕中的等离子体中近似为理想磁流体，所以在日冕中积累的螺度应该是守恒的，这意味着在日冕中磁螺度的积累来源于光球层以下磁螺度的传输。太阳的较差自转不能提供足够的螺度传输 (Mandrini et al. 2004)。磁螺度在整个宁静太阳的注入量甚至相对于单独一个活动区注入磁螺度的量可以忽略不计 (Welsh & Longcope 2003)。活动区螺度的注入是日冕大气磁场螺度的主要来源 (Jeong & Chae 2007)。并且我们知道一个活动区在日面上只占有相对小的一块面积，因此应该有一定的机制让活动区携带的磁螺度在日冕大气中重新分布。

注意到许多的活动区由日冕环连接起来，极紫外和 X 射线观测也揭示了跨赤道环 (TILs) 的出现 (例如 Chase et al. 1976, TILs 的例子参见下图)。跨赤道环能够连接两个同调耀斑 (Wang et al. 2001)，并且它的消失和日冕物质抛

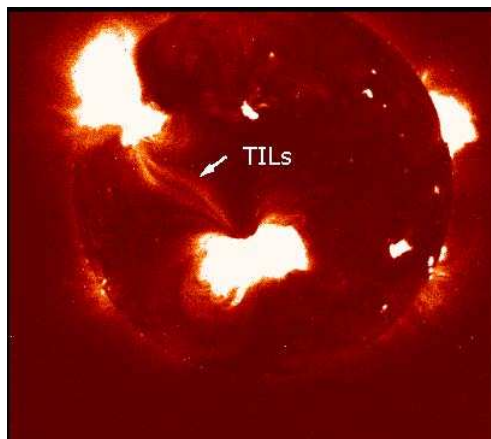


图 4.1: 图中箭头所指的就是从阳光卫星 X 射线观测到的一个连接南北半球两个活动区的跨赤道环。

射联系在一起 (Khan and Hudson 2000)。由半球螺度法则我们知道南半球的活动区趋向于正螺度，北半球的活动区趋向于负螺度 (参见 Pevtsov et al. 2008 和

里面的参考文献)。然而我们发现在大多数情况连接跨赤道环的南北两个活动区趋向于同号 (Pevtsov 2000)。这暗示着在活动区之间的相互作用可能使携带的螺度重新分布。

4.2 使用数据和螺度计算

我们使用 SOHO/MDI 的光球视向矢量磁图 (Scherrer et al. 1995) 计算活动区积累的螺度, 我们使用 SOHO/EIT(极紫外成像望远镜) 和 TRACE (Handy et al. 1999) 卫星数据研究日冕环的动力学演化。

给定空间的边界面上螺度传输率可以写做 (参考 Berger 1999):

$$\frac{dH_R}{dt} = -2 \int ((\vec{A}_p \cdot \vec{V})\vec{B} - (\vec{A}_p \cdot \vec{B})\vec{V}) \cdot d\vec{S} \quad (4.1)$$

Chae (2001) 应用局部相关跟踪 (Local Correlation Tracking, LCT) 和快速傅立叶变换的方法得到水平的速度 $\vec{V}$ 和磁矢势 $\vec{A}_p$ 来计算空间由于 (4.1) 式的第一项带来的螺度积累。Démoulin and Berger (2003) 指出 Chae et al.(2001) 计算的螺度传输率在假设光球是理想磁流体的情况下事实上包含了 (4.1) 式中的两项。在这种假定下, (4.1) 式重新写为:

$$\frac{dH_R}{dt} = -2 \int (\vec{A}_p \cdot \vec{U}) B_n dS \quad (4.2)$$

其中 $\vec{U}$ 是通过 LCT 得到的水平速度, B_n 是垂直于光球层磁场分量。

我们使用 chae et al. (2001) 中使用的非线性成图, 磁场内插和几何投影改正的方法对 MDI 96 分钟数据进行矫正。新的磁图每个像元的大小是 $1''$ 。纵向磁场 $\vec{B}_n$ 使用 MDI 的视向磁场分量乘以 $1/\cos\psi$ (在这里 ψ 是该区域距日心的角度)。物理上横向的速度通常小于 1.5 km s^{-1} (Chae et al. 2001), 所以我们相隔 96 分钟的的两张磁图的位移在 12 的像元以下。我们选择 $12''$ 作为局部相关跟踪窗口的半高全宽。为了降低噪声, 我们设定在磁场小于 10 高斯的区域的速度为零。为了更好的跟踪选定的活动区, 排除在活动区以外区域的影响, 我们选定相关跟踪相关系数在 0.9 以下区域的速度也为零。小尺度和寿命小于 96 分钟的磁流结构, 对最后的磁场传输率的影响在 10% 以内 (Chae et al. 2004; Liu & Zhang 2006)。我用以下公式计算积累的螺度:

$$H(t) = \int_0^t \frac{dH_R(t)}{dt} dt \quad (4.3)$$

其中 $t=0$ 时刻对应着活动区开始浮现的时刻。

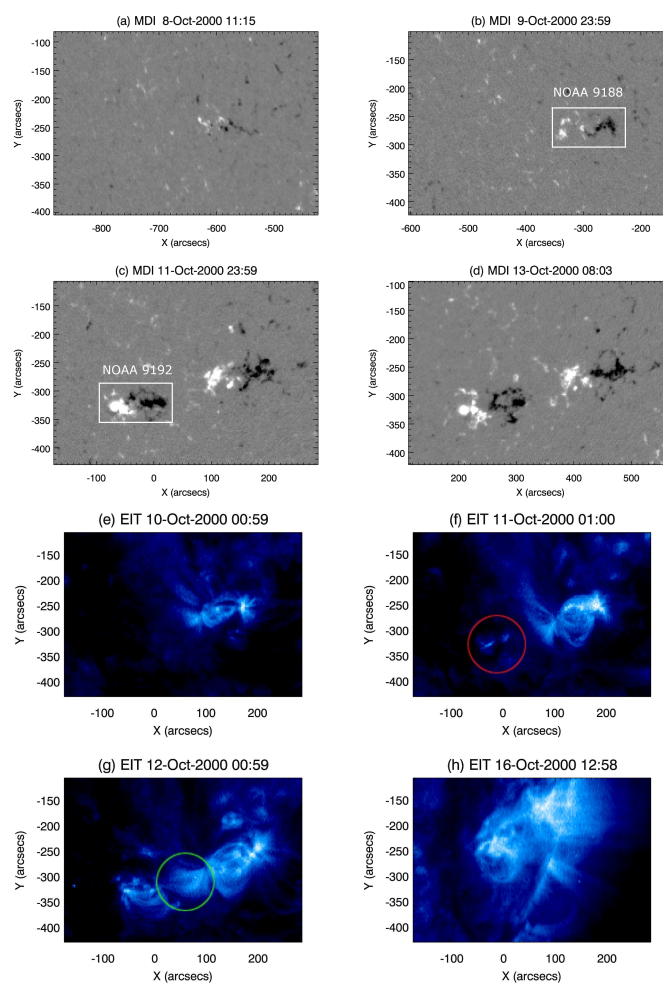


图 4.2: 从 2000 年 10 月 08 号到 2000 年 10 月 16 号, 活动区 NOAA 9188 和 NOAA 9192 的视像磁场 (MDI) 和极紫外图像 (EIT) 图像 (白色矩形框)。上图 (a-d) 显示的是视向磁场。下图 (e-h) 显示的是极紫外 171 埃的图像。红色的圆圈标识出活动区 NOAA 9192 的浮现, 绿色的圆圈标识出了连接这两个活动区的极紫外环。

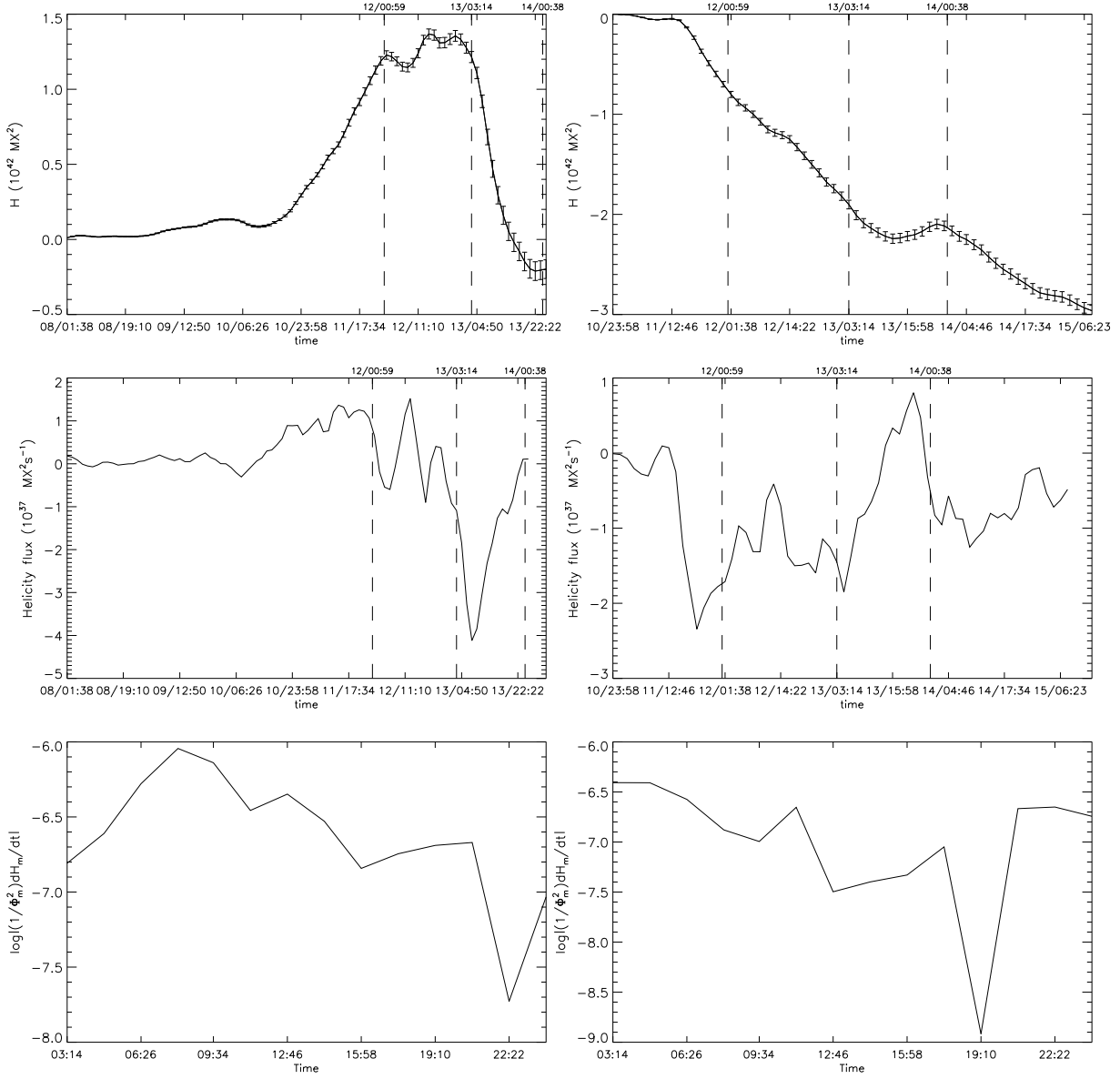


图 4.3: 两个活动区螺度和螺度传输率的演化。左列: 活动区 NOAA 9188; 右列: 活动区 NOAA 9192。第一行描述了活动区的积累螺度随时间的演化, 中间一行显示了与螺度相关的螺度传输率随时间的演化。虚线标识出了三个特殊时刻: 在 10 月 12 号 00:59 UT, 在 171 埃上的极紫外环开始出现。在 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 活动区 NOAA 9188 积累的磁螺度迅速的减少 (第一行左图)。下面一行显示的是在 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 这一段时间内用磁通量归一化之后的磁螺度传输率随时间的演化。

4.3 结果

图 4.2 显示了观测到的活动区 NOAA9188 和 NOAA9192 从 2000 年 10 月 8 号到 2000 年 10 月 16 号在 MDI 的视向磁场分量和极紫外图像上的演化。NOAA9188 位于南半球大约 10 度, 在 10 月 8 号之前出现于日面东边缘(图 4.2b 的白色方框)。NOAA9192 位于南半球大约 13 度(图 4.2c 的白色方框), 在 10 月 10 号首先浮现。在 NOAA9192 开始浮现的时候, 在两个活动区之间从极紫外图像上看没有连接的日冕环结构(图 4.2f 的红色圆圈)。在 10 月 12 号 00:59UT, 连接 NOAA9188 的后随黑子和 NOAA9192 的前导黑子的日冕环在极紫外图像上出现了(图 4.2 的绿色圆圈)。

图 4.3 给出了两个活动区的积累螺度和螺度传输率的演化。在 10 月 12 号 00:59UT 之前两个活动区之间没有出现连接的日冕环之前, NOAA9188 保持正的螺度螺度和螺度传输率, 而 NOAA9192 保持负的螺度传输和螺度传输率。在连接两个活动区的日冕环出现以后, 两个活动区的螺度积累和螺度传输率都出现了振荡。从图 4.3 的中间的螺度传输率演化曲线上可以看到: NOAA9188 的螺度传输率开始减弱, 而 NOAA9192 的螺度传输率开始增加。NOAA9188 积累的磁螺度甚至改变了符号。从 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 小于一天的时间 NOAA9188 积累的螺度就从正值到负值。同时 NOAA9192 的螺度传输率迅速的从负值增加到了正值, 与连续的负磁螺度的注入的期望相反。NOAA9192 在这个过程中失去(得到)负(正)的磁螺度, 而 NOAA9188 同时失去(得到)正(负)的磁螺度。注意到在此过程中没有与这两个活动区相关的日冕物质抛射(CME: Coronal Mass Ejection), 因此也没有任何的磁螺度在此过程中带行星际空间中。两个活动区螺度积累和螺度传输率之间的反相关关系暗示着存在于这两个活动区之间的螺度交换。

图 4.3 的最下面一行显示的是在 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 之间用磁通量平方归一化之后的螺度传输率演化曲线。从中可以看到这两条曲线的相似性, 这也暗示着两个活动区相互作用的存在。并且注意到两条曲线存在着时间上的延迟, 大约是 96 分钟。这反映了这两个活动区相互作用的响应时间。

强磁流浮现是日冕的磁场螺度的最重要的来源(Tian & Alexander 2008)。所以上述计算的日冕螺度的改变, 有可能只是由于磁流浮现造成的。我们来检验一下这两个活动区的交换螺度是否是由于磁浮现造成的。图 4.4 显示的是两

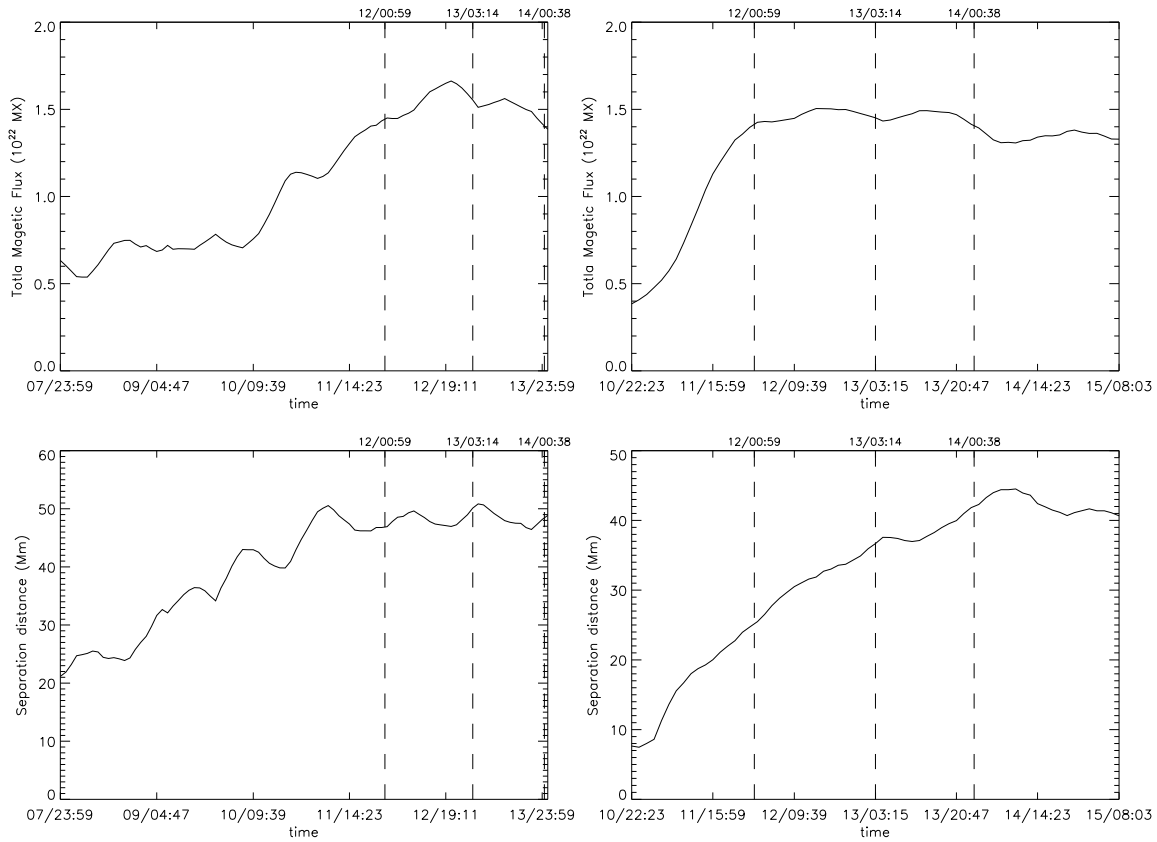


图 4.4: 两个活动区磁通量和正负极重心距离的演化。左列: 活动区 NOAA 9188; 右列: 活动区 NOAA 9192。

个活动区磁通量和正负极足点重心分开距离的演化。在 NOAA 9188 的磁通量在 10 月 13 号 03:14UT 已经达到最大, 随后它的螺度积累迅速的从正值到正值直到 10 月 14 号 00:38UT。在上述时间间隔内, 这个活动区两极的足点重心之间的距离只是在轻微的震荡。对于活动区 NOAA9188, 它的磁螺度积累从零到最大值花了超过五天的时间, 而它从正螺度到负螺度只需要少于一天的时间, 并且在这一天的时间内它的磁流已经达到了最大, 两极的足点重心之间的距离也没有明显的变化。所以不可能是新浮现的磁流造成了上述活动区 NOAA9188 积累螺度的强烈变化。另一方面, NOAA9192 磁通量在浮现的时候迅速的增加。从 10 月 12 号 00: 59UT 到 10 月 14 号 00: 38UT 这一段时间内, 它的磁通量没有明显的变化。而这个活动区的两极足点重心之间的距离甚至在 10 月 14 号

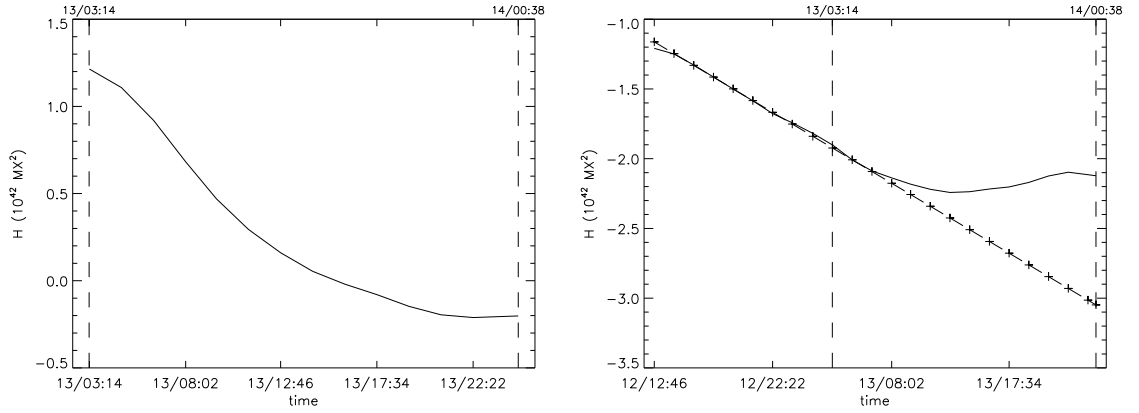


图 4.5: 在螺度交换过程中积累螺度的演化。左列: 活动区 NOAA 9188, 右列: 活动区 NOAA 9192. 左图的实线表示实际的螺度的积累。右图的十字虚线表示的是如果假设螺度积累是线性增加的情况下期望的螺度积累。

00:38UT 之后仍然保持持续的增加。这说明在这个活动区中的磁流管仍然在浮现, 磁螺度应该仍然持续地在 NOAA9192 中积累。可是从图 4.3 中我们可以看到 NOAA9192 中的磁螺度积累在足点重心增加的过程中并不明显。而且在 10 月 14 号 00:38UT 之后, NOAA9192 又重新开始了明显的负磁螺度的积累。这些显示出了这两个活动区之前的螺度交换。图 4.5 给出了两个活动区螺度交换过程中的螺度积累: 从 10 月 13 号 03:14UT 到 10 月 14 号 00:38UT 在 NOAA9188 中的螺度积累是 $-1.4 \times 10^{42} \text{ MX}^2$ 。如果假设磁螺度在 NOAA9192 中是线性地连续不断的积累的情况, 在这个活动区中所期望的磁螺度积累大约是 $-1.2 \times 10^{42} \text{ MX}^2$ 。这个值和 NOAA9188 观测得到的磁螺度积累的值吻合的很好。注意到这两个活动区在这个交换过程中总螺度不是守恒的, 因为在此过程中仍然有磁通量的注入 (图 4.4)。综上所述, 我们认为这两个活动区的螺度的改变主要不是由磁通量的浮现造成的, 而是由这两个活动区的螺度交换造成的。

在 10 月 13 号螺度交换的过程中, 在较短的一段时间内, 我们甚至在 TRACE 极紫外图像上直接观测到了连接两个活动区日冕环的缠绕结构 (图 4.6)。根据 Berger 和 Field (1984) 的定义, 这个缠绕结构是负螺度。尽管这个缠绕结构在极紫外图像上只存在了大约 3 秒, 连接这两个活动区的日冕环在螺度交换的过程中持续存在并且始终处于活跃的状态。连接两个活动区的日冕环足

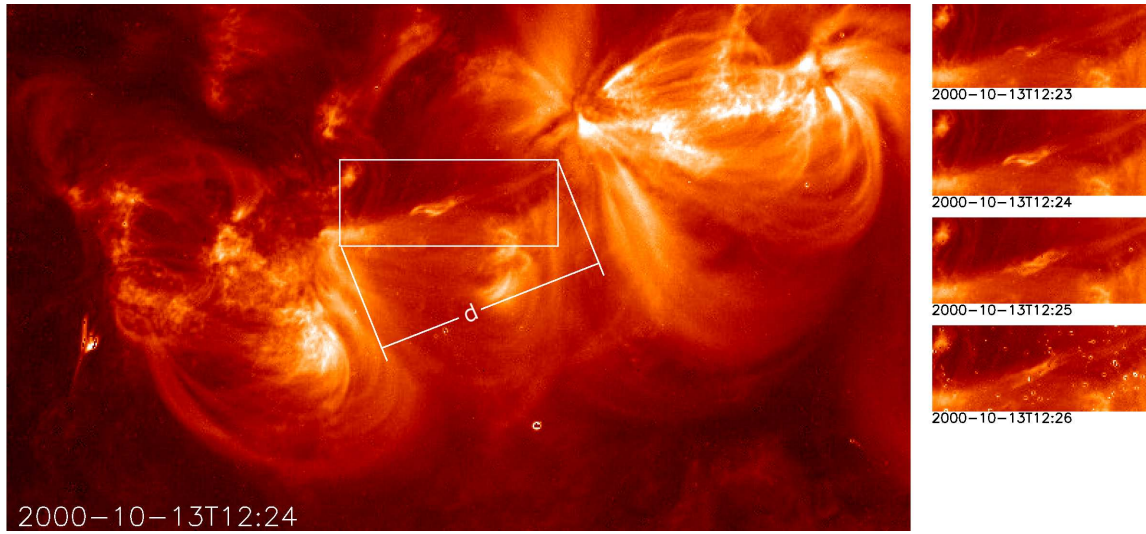


图 4.6: 连接两个活动区的缠绕日冕环 (左图)。右边的四幅图显示的是与左边白色矩形框中对应区域的演化, 长度“ d ”给出了连接这两个活动区日冕环的两个足点之间的距离。

点距离 d 大约是 57Mm。假设日冕环是半圆形的, 则它的长度大约是 90Mm。

4.4 总结和讨论

通过研究两个活动区的螺度演化, 我们第一次发现了两个活动区磁螺度交换的证据。活动区 NOAA9188 和活动区 NOA9192 是两个相邻浮现的活动区。NOAA9188 浮现出来带着正的磁螺度, NOAA9192 浮现出来带着负的螺度。在连接两个活动区的日冕环从极紫外图像上看到的时刻起, NOAA9188 逐渐获得负的磁螺度。同时 NOAA9188 的螺度传输率开始从正迅速的掉到负值, 而 NOAA9192 的螺度传输率迅速的从负值跳到正值。两者归一化之后的螺度传输率曲线在 NOAA9188 积累螺度迅速减小的时间内也存在着相似性。连接两个活动区的日冕环在此过程中非常活跃, 甚至观测到这个日冕环存在着负螺度缠绕的结构。注意到 NOAA9192 在此过程中实际积累的螺度明显低于线性积累的估计值, 损失的螺度一定转移到了其它的地方。一种可能性是螺度积累于连接两个活动区的日冕环中。然而从 TRACE 我们看到扭缠的负螺度结构只存在了大约 3 秒。如果从 NOAA9192 中损失的螺度在日冕中环中累积, 持

续的螺度积累形成的缠绕结构应该持续更长的时间。另一方面,在此过程中 NOAA9192 损失的螺度和 NOAA9188 得到的螺度非常的接近。所以最有可能的情况是 NOAA9192 中的螺度通过连接两个活动区的日冕环转移到了活动区 NOAA9188,只有很小的一部分积累在日冕环中。我们也排除了新浮现的磁流造成这两个活动区螺度改变的可能性。

因此,我们的观测给出了一个两个相邻活动区螺度交换的清晰的证据。NOAA 9192 浮现相对较晚,它比先浮现的活动区 NOAA9188 更加活跃。所以连接两个活动区的日冕环必然是不平衡的。由于这种不平衡造成的力必然主导了 NOAA9188 接下来的演化。于是 NOAA9192 的螺度就通过这个不平衡造成的作用力传输给了活动区 NOAA9188,并且相互作用的时间延迟大约是 96 分钟。连接两个活动区的日冕环长度大约是 90Mm,所以相互作用的传输速度大约是 16km s^{-1} 。这远远低于期望的磁螺度传输的速度应该是 Alfvén 速度。我们使用的是 MDI 的 96 分钟磁图,只能够估计延迟时间在 96 分钟以上。这或许造成过低估计了螺度交换的速度。

我们认为上述在活动区之间的螺度交换可能是太阳大气中的普遍现象。当连接两个不同负号螺度区域的磁环发展起来,空间中的磁螺度就趋向于一个新的平衡。

该工作发表于 *Astrophysical Journal* 2009, Vol. 695, L25。

第五章 三维有限空间内相对螺度的计算

5.1 引言

从前两章我可以看到三维空间内的螺度可以通过边界面上的传输得到，并结合磁螺度的守恒性研究了太阳物理中的一些问题。但由于我们目前不能够像测量光球层那样精确测量日冕的磁场，所以在日冕中积累的螺度在空间中的具体分布和如何演化的，我们仍然不清楚。因此用数值模拟的方法研究磁螺度的演化就成为一个很好的途径。首先我们应该得到计算给定空间内磁螺度的方法，这也就是本章所要解决的问题。

在给定空间 V 内的磁螺度的表达式为：

$$H_M = \int_V \vec{A} \cdot \vec{B} dV \quad (5.1)$$

其中 $\vec{B}$ 是在该空间内的磁场， $\vec{A}$ 是 $\vec{B}$ 的矢势。式 (5.1) 只有在闭合的边界条件即边界上磁场的磁场垂直于边界的法向分量 ($\vec{B} \cdot \hat{n}|_s = 0$) 的时候才有确定的值。Berger 和 Field (1984) 指出相对磁螺度 (H_R) 在开放的边界条件下 ($\vec{B} \cdot \hat{n}|_s \neq 0$) 也具有确定的值。相对螺度的表达式如下：

$$H_R = \int_V (\vec{A} \cdot \vec{B} - \vec{A}_p \cdot \vec{P}) dV \quad (5.2)$$

其中 $\vec{B}$ 和 $\vec{A}$ 是考虑空间 V 内的磁场和相应的矢势。 $\vec{P}$ 是参考势场， $\vec{A}_p$ 是参考势场的矢势。并且 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$ 要满足同样的规范条件。参考势场 $\vec{P}$ 要满足如下条件：

$$\nabla \times \vec{P} = 0 \quad (5.3)$$

$$\vec{P} \cdot \hat{n}|_S = \vec{B} \cdot \hat{n}|_S \quad (5.4)$$

而在理想磁流体条件下开放边界 S 上的相对螺度传输率为：

$$\frac{dH_R}{dt} = -2 \int_V ((\vec{A}_p \cdot \vec{V})\vec{B} - (\vec{A}_p \cdot \vec{B})\vec{V}) \cdot d\vec{S} \quad (5.5)$$

其中 $\vec{V}$ 是等离子体的速度且矢势 $\vec{A}_p$ 满足条件 $\vec{A}_p \cdot \hat{n}|_S = 0$ 。

如果给定磁场 $\vec{B}$, 我们需要计算与之相关的矢势 $\vec{A}$, 参考势场 $\vec{P}$ 和相应的矢势 $\vec{A}_p$ 。在上半空间的矢势的理论由 Boulmenzaoud (1999) 已经给出。然而在大部分情况下, 我们考虑空间在三个方向都是有限的。Devore (2000) 提出了一种简化方法得到给定磁场的参考势场, 但是在这种方法中积分上限仍然存在无穷远项。甚至根据这种简化方法得到的积累螺度没有和边界上的剪切流所预期的螺度一致呈单调的增长。所以我们需要发展计算三维有限空间内的相对螺度的方法。并且该方法得到给定空间内的相对螺度的积累值和根据 (5.5) 式计算得到的边界上的传输值保持一致。

在本章中我们给出用分离变量法 (Variable Separation Approach, VSA) 求解给定磁场的矢势从而得到三维有限空间的相对螺度。然后我们应用 VSA 方法应用到 MHD 数值模拟的数据中去来检验该方法的可靠性。在 5.2 节我们讨论 VSR 方法的细节。在 5.3 节我们应用 MHD 数值模拟的数据检验该方法。在 5.4 节我们给出总结和讨论。

5.2 三维有限空间中的相对螺度

我们在笛卡尔坐标系中构造三维空间。磁场 $\vec{B}$ 已经给定。三维坐标的在 x, y 和 z 方向上的取值范围分别是: $x = [0, L_x]$, $y = [0, L_y]$ 和 $z = [0, L_z]$ 。

5.2.1 边界的 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$

首先, 我们需要求解在六个边界面 ($x = 0, x = L_x; y = 0, y = L_y; z = 0, z = L_z$) 上的 $\vec{A}_p$ 和 $\vec{A}$ 值。以 $z = 0$ 的边界面为例。我们定义一个新的函数 $\varphi(x, y)$, 并且 $\vec{A}_p$ 满足下述关系:

$$\vec{A}_{px} = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \vec{A}_{py} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \vec{A}_{pz} = 0 \quad (5.6)$$

则根据矢势的定义 $\nabla \times \vec{A}_p = \vec{B}$ 函数 $\varphi(x, y)$ 应该满足如下泊松方程:

$$\Delta \varphi = B_z(x, y, z = 0) \quad (5.7)$$

我们利用 Boisvert (1984) 的方法求解该泊松方程。并将这种方法应用到该三维空间其它五个边界条件上就得到了 A_p 在边界上的分布。我们取 $\vec{B}$ 的矢势 $\vec{A}$ 与 $\vec{A}_p$ 同样的边界条件。

5.2.2 分离变量法 (VSA) 求解 $\vec{A}_p$

对于参考势场 $\vec{P}$, 它的矢势 A_p 在 Columb 规范 $\nabla \cdot \vec{A}_p = 0$ 的前提下, 满足如下 Laplace 方程:

$$\Delta \vec{A}_p = 0 \quad (5.8)$$

我们使用 A_p 的 z 方向分量 $\vec{A}_{pz}$ 来说明 VSA 的具体过程。定义 $u(x, y, z) = A_{pz}$, 它满足如下方程:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \\ u(x, y, z=0) = 0 \\ u(x, y, z=l_z) = 0 \\ u(x=0, y, z) = fa(x=0, y, z) \\ u(x=l_x, y, z) = fb(x=l_x, y, z) \\ u(x, y=0, z) = fc(x, y=0, z) \\ u(x, y=l_y, z) = fd(x, y=l_y, z) \end{cases} \quad (5.9)$$

其中 $fa(y, z), fb(y, z), fc(x, z)$ and $fd(x, z)$ 是 $u(x, y, z)$ 在边界上的值。

(5.9) 式的解可以写作:

$$u = \sum \Delta u_n = \sum \Phi_n \sin kz \quad k = \frac{n\pi}{l_z} (n = 1, 2, \dots) \quad (5.10)$$

而边界条件可以分解为:

$$\begin{cases} fa(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n(x=0, y) \sin \frac{n\pi}{l} z) \\ fb(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n(x=l_x, y) \sin \frac{n\pi}{l} z) \\ fc(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (c_n(x, y=0) \sin \frac{n\pi}{l} z) \\ fd(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} (d_n(x, y=l_y) \sin \frac{n\pi}{l} z) \end{cases} \quad (5.11)$$

$$(n = 1, 2, \dots)$$

系数 $a_n(x=0, y), b_n(x=l_x, y), c_n(x, y=0)$ and $d_n(x, y=l_y)$ 由以下积分式决

定:

$$\begin{aligned}
 a_n(x=0, y) &= \frac{1}{l_z} \int_{-l_z}^{l_z} Fa(x=0, y, z) \sin \frac{n\pi}{l} z dz \\
 b_n(x=l_x, y) &= \frac{1}{l_z} \int_{-l_z}^{l_z} Fb(x=l_x, y, z) \sin \frac{n\pi}{l} z dz \\
 c_n(x, y=0) &= \frac{1}{l_z} \int_{-l_z}^{l_z} Fc(x, y=0, z) \sin \frac{n\pi}{l} z dz \\
 d_n(x, y=l_y) &= \frac{1}{l_z} \int_{-l_z}^{l_z} Fd(x, y=l_y, z) \sin \frac{n\pi}{l} z dz \\
 (n &= 1, 2, \dots)
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

积分项中的 $Fa(x=0, y, z)$, $Fb(x=l_x, y, z)$, $Fc(x, y=0, z)$ and $Fd(x, y=l_y, z)$ 由边界条件构造而成:

$$\begin{aligned}
 Fa(x=0, y, z) &= \begin{cases} fa(x=0, y, z)(z > 0) \\ -fa(x=0, y, |z|)(z \leq 0) \end{cases} \\
 Fb(x=l_x, y, z) &= \begin{cases} fb(x=l_x, y, z)(z > 0) \\ -fb(x=l_x, y, |z|)(z \leq 0) \end{cases} \\
 Fc(x, y=0, z) &= \begin{cases} fc(x, y=0, z)(z > 0) \\ -fc(x, y=0, |z|)(z \leq 0) \end{cases} \\
 Fd(x, y=l_y, z) &= \begin{cases} fd(x, y=l_y, z)(z > 0) \\ -fd(x, y=l_y, |z|)(z \leq 0) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

在 (5.10) 式中的 Φ_n 就可以利用 Boisvert (1984) 的方法求解下面的亥姆赫兹方

程得到:

$$\Delta \Phi_n - k^2 \Phi_n = 0$$

$$\Phi_n(x=0, y) = a_n(x=0, y)$$

$$\Phi_n(x=l_x, y) = b_n(x=l_x, y)$$

$$\Phi_n(x, y=0) = c_n(x, y=0) \quad (5.14)$$

$$\Phi_n(x, y=l_y) = d_n(x, y=l_y)$$

$$(n=1, 2, \dots)$$

$$k = \frac{n\pi}{l_z} (n=1, 2, \dots)$$

将求得的 Φ_n 代入 (5.10) 式就得到了 $\vec{A}_{pz}$ 。 A_{px} 和 A_{py} 也可以同样的步骤求得。在本节中所给出的方法称为分离变量法 (Variabe Separation Approach)。

5.2.3 VSA 求解 $\vec{A}$

对于给定的磁场 $\vec{B}$, 它的矢势 $\vec{A}$ 在 Columb 规范 $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ 下满足如下泊松方程:

$$\Delta \vec{A} = -\vec{J} \quad (5.15)$$

电流 $\vec{J}$ 可以由 $\nabla \times \vec{B} = \vec{J}$ 计算得到。我们使用 $\vec{A}$ 的 z 方向分量 $\vec{A}_z$ 来说明求解过程。定义 $u(x, y, z) = \vec{A}_z$, 它满足如下方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u = -J_z \\ u(x, y, z=0) = 0 \\ u(x, y, z=l_z) = 0 \\ u(x=0, y, z) = fa(y, z) \\ u(x=l_x, y, z) = fb(y, z) \\ u(x, y=0, z) = fc(x, z) \\ u(x, y=l_y, z) = fd(x, z) \end{array} \right. \quad (5.16)$$

根据泊松方程的线性性质, 方程 (5.16) 的解可以写成下列两个方程解的和 ($u = u_1 + u_2$):

$$\begin{cases} \Delta u_1 = 0 \\ u_1(x, y, z=0) = 0 \\ u_1(x, y, z=l_z) = 0 \\ u_1(x=0, y, z) = fa(y, z) \\ u_1(x=l_x, y, z) = fb(y, z) \\ u_1(x, y=0, z) = fc(x, z) \\ u_1(x, y=l_y, z) = fd(x, z) \end{cases} \quad (5.17)$$

和

$$\begin{cases} \Delta u_2 = -Jz \\ u_2(x, y, z=0) = 0 \\ u_2(x, y, z=l_z) = 0 \\ u_2(x=0, y, z) = 0 \\ u_2(x=l_x, y, z) = 0 \\ u_2(x, y=0, z) = 0 \\ u_2(x, y=l_y, z) = 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

(5.17) 的解可以由 5.2.2 中的步骤求得。在 (5.18) 中的电流可以分解为:

$$J_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_n(x, y) \sin \frac{n\pi}{l} z \right) \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (5.19)$$

其中系数 C_n 由

$$C_n(x, y) = \frac{1}{l_z} \int_{-l_z}^{l_z} F(x, y, z) \sin \frac{n\pi}{l} z dz \quad (5.20)$$

给定。(5.20) 中的函数 $F(x, y, z)$ 由 J_z 构造而成:

$$F(x, y, z) = \begin{cases} J_z(x, y, z)(z > 0) \\ -J_z(x, y, |z|)(z \leq 0) \end{cases} \quad (5.21)$$

于是方程 (5.18) 的解可以通过求解下述亥姆赫兹方程得到:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_n - k^2\Phi_n &= -C_n(x, y) \\ \Phi_n(x=0, y) &= 0 \\ \Phi_n(x=l_x, y) &= 0 \\ \Phi_n(x, y=0) &= 0 \\ \Phi_n(x, y=l_y) &= 0\end{aligned}\tag{5.22}$$

$$k = \frac{n\pi}{l_z}$$

$$(n = 1, 2, \dots)$$

最终矢势的 z 方向的分量 $\vec{A}_z$ 就通过 u_1 和 u_2 的相加得到。矢势的另外两个分量 $\vec{A}_x$ 和 $\vec{A}_y$ 也可以通过类似的方法得到。

5.2.4 消除 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$ 的剩余散度

在求解 $\vec{A}_p$ 和 $\vec{A}$ 过程中我们使用的是 Columb 规范: $\nabla \cdot \vec{A}_p = 0, \nabla \cdot \vec{A} = 0$ 。假设 A_p 的剩余散度为

$$\nabla \cdot \vec{A}_p = -\vec{G}\tag{5.23}$$

定义修正矢量是 $\vec{M}$ 。它满足如下方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\vec{M} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{M} = \vec{G} \\ \vec{M} \cdot \hat{n}|_s = 0 \end{array} \right.\tag{5.24}$$

考虑 $\vec{M}$ 的 z 分量 M_z , 它应该满足如下方程:

$$\Delta M_z = 0\tag{5.25}$$

$$M_z(z=0, l_z) = 0\tag{5.26}$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial z} = G_z\tag{5.27}$$

(5.25) 的解可以写作:

$$M_z = \sum \Phi_n(x, y) \sin kz \quad k = \frac{n\pi}{l_z} (n = 1, 2, \dots) \quad (5.28)$$

其中的函数 Φ_n 是以下亥姆赫兹方程的解:

$$\Delta \Phi_n - k^2 \Phi_n = 0 \quad k = \frac{n\pi}{l_z} (n = 1, 2, \dots) \quad (5.29)$$

将 (5.28) 带入 (5.27) 可以得到

$$\frac{\partial M_z}{\partial z} = \sum_{n=1}^{\infty} k \Phi_n(x, y) \cos(kz) = G_z \quad (5.30)$$

G_z 可以分解为:

$$G_z = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1} a_n(x, y) \cos kz \quad (5.31)$$

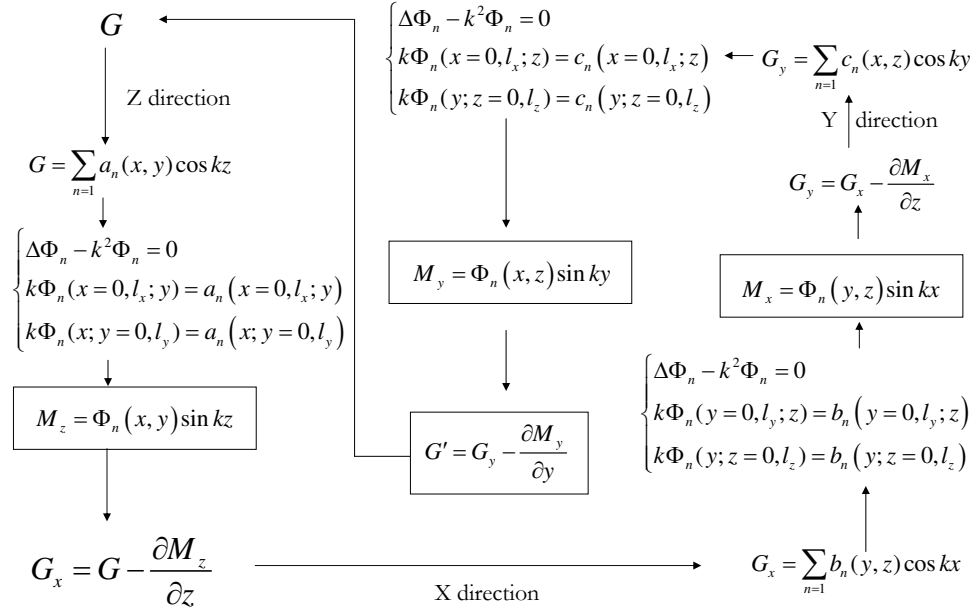
其中的系数 a_n 由如下积分式所决定:

$$a_n = \frac{1}{l_z} \int_{-l_z}^{l_z} W(x, y, z) \cos \frac{n\pi}{l_z} z dz, \quad n = 0, 1, \dots \quad (5.32)$$

在该积分式中的函数 $W(x, y, z)$ 由 G_z 构造得到:

$$W(x, y, z) = \begin{cases} G_z(x, y, z) & (z > 0) \\ G_z(x, y, |z|) & (z \leq 0) \end{cases} \quad (5.33)$$

所以亥姆赫兹方程 (5.29) 式的边界条件就可以得到从而求解了, 而修正矢量 $\vec{M}$ 的 z 分量 M_z 就可以从 (5.28) 式得到。修正矢量的另外两个分量 M_x 和 M_y 可以通过上述同样的步骤得到。在实际的消除矢势的剩余散度的过程中 (参见图 5.1), 我们首先将剩余散度 $\vec{G}$ 在 x 方向上分解得到亥姆赫兹方程的解从而求得 M_x 。然后将新的剩余散度在 Y 方向上求解第二个亥姆赫兹方程从而得到 M_y 。最后将所剩下的剩余散度在 Z 方向上求解第三个亥姆赫兹方程从而得到 M_z 。最后剩余的散度可以形成新的 $\vec{G}$ 进入下一个新的循环从而逐步消除剩余散度, 得到修正矢量 M 。在得到修正矢量 M 后, 最终的 $\vec{A}_p$ 是 $\vec{A}_p = \vec{A}_p + \vec{M}$ 。对于矢势 $\vec{A}$ 的修正函数也可以用同样的方法求的。将所求得的 $\vec{A}$ 和 $\vec{A}_p$ 带入计算公式 (5.2) 就得到了在三维有限空间中的相对磁螺度。

图 5.1: 求解修正矢量 $\vec{M}$ 以消除矢势的散度的步骤。

5.3 应用 VSA 到数值模拟数据中

我们使用“数据驱动”的三维 MHD 模型 (Büchner et al. 2004a, Büchner et al. 2004b, Büchner 2006, Santos and Büchner 2007, Santos et al. 2008) 来产生数据, 从而利用上述方法计算其中的螺度积累。该模型是求解下列 MHD 方程组:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \rho \vec{u} \quad (5.34)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} = -\nabla \cdot \rho \vec{u} \vec{u} - \nabla p + \vec{j} \times \vec{B} - \nu \rho (\vec{u} - \vec{u}_0) \quad (5.35)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\vec{u} \times \vec{B} - \eta \vec{j}) \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot p\vec{u} - (\gamma - 1)p\nabla \cdot \vec{u} + (\gamma - 1)\eta j^2 \quad (5.37)$$

同时欧姆定律，安培定律和物态方程如下：

$$\vec{E} = \vec{u} \times \vec{B} - \eta \vec{j} \quad (5.38)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (5.39)$$

$$p = 2nk_B T \quad (5.40)$$

其中 ρ 是等离子密度， $\vec{u}$ 是等离子体速度， $\vec{B}$ 是磁场， p 是热压力， T 是等离子体的温度。 $\vec{u}_0$ 指示中性气体的速度。等离子体的速度至少在色球和光球层与中性气体的运动耦合在一起。

在动量方程中，碰撞项用来描述中性气体的动量传输给等离子体。 ν 代表在中性气体和等离子体之间的碰撞频率。在光球和色球的碰撞频率远大于 Alfvén 频率。因此在这些区域中等离子的运动强烈耦合于中性气体的运动。在太阳日冕中密度非常低于是等离子体与中性气体之间的耦合就消失了。

初始磁场结构是从观测得到的视向磁场经过 Otto et al. (2007) 的线性无力场外推方法得到的 ($\nabla \times \vec{B} = \alpha \vec{B}$)。初始的磁场假设是势场 ($\nabla \times \vec{B} = 0$)，在 relaxation 之后的垂直于磁场和平行于磁场仍然存在有电流。初始的密度是分层分布的。重力在该模型中不予考虑，并且等离子体初始处于磁流体力学平衡的状态。光球上施加了水平运动来模拟系统最终的演化结果。为了避免等离子体的和磁场的异常聚集，水平运动速度满足 $\nabla \cdot \vec{u}_0 = 0$ 。

我们将该模型应用到 NOAA8210 在 1998 年 5 月 1 号 10:30:04UT 的 SOHO/MDI 的视向磁场 (Scherrer et al., 1995)。模拟的空间大小是 $259 \times 259 \times 259$ 。X 和 Y 方向上的长度是 217.5Mm；Z 方向上的长度是 60Mm。并且三个方向上的格点都是均匀格点。视向磁场和施加到光球上的速度场见图 5.2。

图 5.3 显示了应用 VSA 的方法到上述 MHD 模型得到的模拟数据中去的结果。星号显示的根据 (5.5) 式得到的边界面上的传输；菱形表示的用 VSA 方法计算得到的数值模拟空间内得到的相对磁螺度。可以从图 5.3 可以看到我们计

算得到的相对磁螺度和从边界上计算的输入螺度吻合地很好，其中误差在 3% 以下。这也就证明了我们在 5.2 节使用的 VSA 方法的合理性。

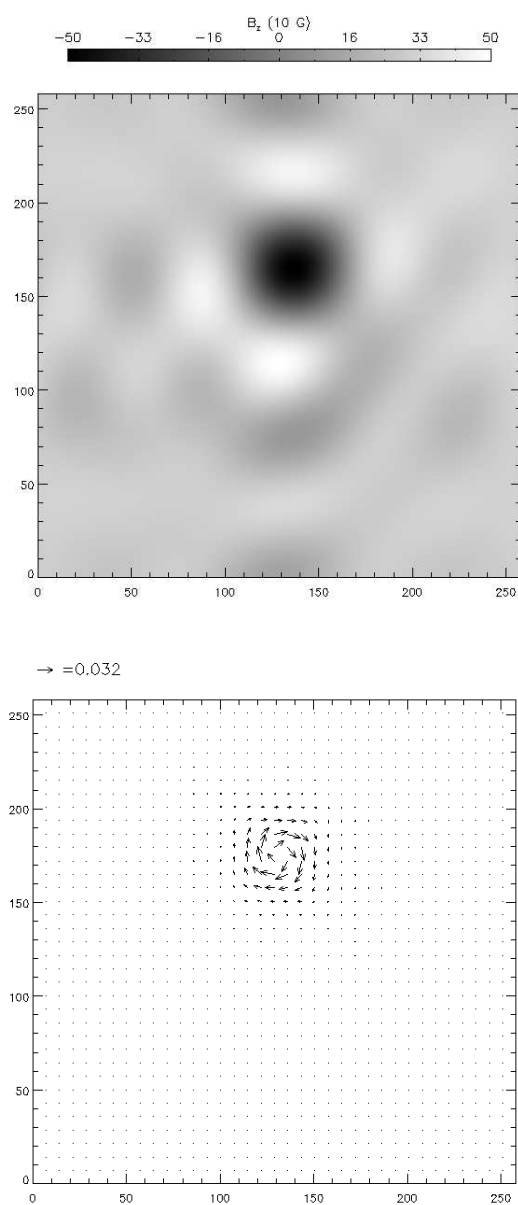


图 5.2: 上图是视向磁场；下图是边界面上顺时针的涡旋流动。

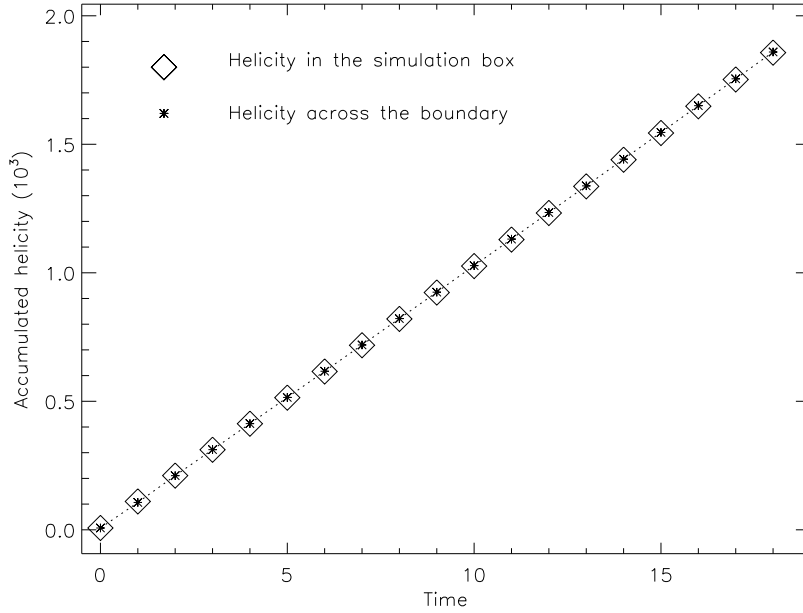


图 5.3: 应用 VSA 方法得到的三维空间中的相对螺度和边界面上传输螺度值的比较。

5.4 总结和讨论

在本章中我们给出了使用 Variable Separation Approach (VSA) 方法来计算三维有限空间内的相对磁螺度。并且将该方法应用到“数据驱动”的 MHD 模型中来检验该方法的合理性，通过和边界上传输螺度的比较，该方法的精确度足够应用到在未来数值模拟中研究磁螺度的演化。对于一个 $259 \times 259 \times 259$ 大小的磁场数据，我们应用 VSA 方法得到一个相对磁螺度数据的时间大概是 3 个小时，这是还可以接受的计算速度。大部分的时间都消耗于分解电流或者边界条件的矢势上，还需要进一步地寻找有效的方法来提高运算速度。

该工作已经完成写作，准备投稿。

第六章 未来工作的展望

磁螺度的积累意味着空间内磁场能量的增加,磁螺度的积累在线性无力场中存在着上限,螺度的积累超过这个上限可以引起一个非平衡态,从而导致日冕物质抛射 (Zhang et al. 2006)。在对浮现活动区的研究中积累了大量的样本,可以用来研究螺度积累和日冕物质抛射之间的关系。

空间天气预报成为目前太阳物理学中较热门的一个课题。太阳上的活动现象大部分是来源于活动区,如果我们能够预报活动区的浮现和浮现磁通量的大小,就可以在在一定程度上预报太阳上发生的活动现象。日震学的方法是探讨太阳内部活动的一种有效方法。利用积累的浮现活动区的数据和日震学有望找到较好的预报太阳活动区浮现的方法。

在本文的第五章我们探讨了求解三维空间中相对磁螺度的方法,计划用数值模拟的方法,进一步的探讨日冕磁螺度是如何演化的,磁螺度积累与太阳耀斑的关系。

由于观测仪器的限制,对于小尺度的螺度传输特征还是未知的,2009 年 10 月将要发射的太阳动力学天文台 (Solar Dynamics Observatory 简称 SDO) 将获得高时间高空间分辨率的全球三维矢量磁图。我们期望在未来的 SDO 数据中进行详尽的小尺度螺度传输的研究,并且找到更多的在本文第四章中探讨的磁螺度交换的事例。

磁螺度的研究在目前太阳大气磁场数据不完备的情况下已经成为探讨太阳磁活动的有力工具。

参考文献

- [1] Abramenko, V. I., Wang, T. J., & Yurchishin, V. B. 1996, *Solar Phys.*, 168, 75
- [2] Ai, G. X., & Hu, Y. F., 1986, *Publ. Beijing Astron. Obs.*, 8,1.
- [3] Amari, T., Luciani, J. F., & Aly, J. J. 2003, *ApJ*, 585, 1073
- [4] Amari, T., Luciani, J. F., Aly, J. J., Mikic, Z., Linker, J. 2003, *ApJ*, 595, 1231
- [5] Bao, S. D., & Zhang, H. Q. 1998, *Astronphy. J.*, 496, L43.
- [6] Bao, S. D., Ai, G. X., & Zhang, H. Q. 2000, *J. Astrophys. Astron.* 21, 303
- [7] Berger, M., A. & Field, G., B. 1984, *J. Fluid Mech.*, 147,133
- [8] Berger, M., A. 1999, *Plasma Phys. Control. Fusion*, 41, B167-B175
- [9] Boisvert, R. 1984, *Elliptic Problem solvers II*, (edited by G. Birkhoff and A. Schoenstadt), Academic Press, Orlando, Florida, 35 - 44.
- [10] Büchner, J. 2006, *Space Sci. Rev.*, 122, 149
- [11] Büchner, J., Nikutowski, B., & Otto, A. 2004a, in *SOHO 15 Coronal Heating*, ed. R. W. Walsh, J. Ireland, D. Danesy, & B. Fleck, ESA SP, 575, 23
- [12] Büchner, J., Nikutowski, B., & Otto, A. 2004b, *Proc. IAU Symp.*, 223, 353
- [13] Canfield, R. C. & Pevtsov, A. A. 1998, *Solar Physics*, v. 182, Issue 1, p. 145-157
- [14] Chae, J. 2007, *Adv. Space Res.* 39, 1700
- [15] Chae, J., Moon, Y., Park, Y. 2004, *Sol. Phys.*, 233,39

-
- [16] Chae, J., Wang, H., Qiu, J., Goode, P. R., Strous, L., & Yun, H. S. 2001, *Astronphy. J.*, 560, 476
- [17] Chase, R. C., Krieger, A. S., Švestka, Z., & Vaiana, G. S. 1976, *Space Res.* XVI, 917
- [18] Cheung, M., Schüssler, M., Moreno-Insertis, F. 2005, *ESASP*, 596, 54
- [19] Cheung, M. C. M., Schüssler, M., Moreno-Insertis, F. 2006, *ASPC*, 354, 97
- [20] Cheung, M.C.M., Schüssler, M., Tarbell, T.D., Title, A.M. 2008, *ApJ* 687, 1373
- [21] Delaboudinière et al. 1995, *Solar Phys.*, 162, 291
- [22] Démoulin, P., Mandrini, C. H., van Driel-Gesztelyi, L., Lopez Fuentes, M. C., & Aulanier, G. 2002a, *Solar Phys.*, 207, 87
- [23] Démoulin, & Pariat. E. 2009, *Adv. Space Res.*, 43, 1013
- [24] Démoulin, P. & Berger, M. A. 2003, *Solar Phys.*, 215, 203
- [25] Emonet, T., & Moreno-Insertis, F. 1998, *ApJ*, 492, 804
- [26] Fan, Y., Abbett, W. P., & Fisher, G. H. 2003, *ApJ*, 582, 1206
- [27] Fan, Y., & Gibson, S. E. 2004, *ApJ*, 609, 1123
- [28] Fan, Y., Zweibel, E. G., Lantz, S. R. 1998, *ApJ*, 493, 480
- [29] Fan, Y., Zweibel, E. G., Linton, M. G., & Fisher, G. H. 1999, *ApJ*, 521, 460
- [30] Fisher, G. H., Fan, Y., Longcope, D. W., Linton, M. G., & Pevtsov, A. A. 2000, *Sol. Phys.* 192, 119
- [31] Freeland, S. L., Handy, B. N. 1998, *Solar Phys.*, v. 182, Issue 2, p. 497-500
- [32] Gallagher, P. T., Moon, Y.-J., & Wang, H. 2002, *Solar Phys.*, 209, 171

-
- [33] Green, L. M., López Fuentes, M. C., Mandrini, C. H., De 'moulin, P., van Driel- Gesztelyi, L., & Culhane, J. L. 2002, *Solar Phys.*, 208, 43
- [34] Hagino, M. & Sakurai, T. 2004, *PASJ*, 56, 831
- [35] Hale, G. E., Ellerman, F., Nicholson, S. B., & Joy, A. H. 1919, *ApJ*, 49, 153
- [36] Hale, G. E., & Nicholson, S. B., 1925, *ApJ*, 62, 270
- [37] Handy, B. N. et al. 1999, *Sol. Phys.*, 187, 229
- [38] Holder, Z. A., Canfield, R.C., McMullen, R. A., Nandy, D., Howard, E. F., & Pevtsov, A. A. 2004, *ApJ*, 611, 1149
- [39] Howard, R. F., Harvey, J. W., & Forgach, S. 1990, *Solar. Phys.*, 130, 295
- [40] Jeong, H. & Chae, J. 2007, *Astrophys. J.*, 671, 1022
- [41] Kleeorin, N., Kuzanyan, K., Moss, D., Rogachevskii, I., Sokoloff, D., & Zhang, H. Q., 2003, *Astron. Astrophys.*, 409, 1097
- [42] Khan, J. I. & Hudson, H. S. 2000, *Geo. R. Lett.*, 27, 1083
- [43] Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., Sakurai, T. 2002, *ApJ*, 577, 501
- [44] Kuzanyan, K. M., Lamburt, V. G., Zhang, H., & Bao, S. 2003, *Chinese J. Astron. Astrophys.*, 3, 257
- [45] LaBonte, B. J., Georgoulis, M. K., & Rust, D. M. 2007, *ApJ*, 671, 955
- [46] Leka, K. D., Fan, Y., Barnes, G. 2005, *ApJ*, 626, 1091L
- [47] Lim, E., Jeong, H., & Chae, J. 2007, *ApJ*, 656, 1167
- [48] Liu, J. & Zhang, H. 2006, *Sol. phys.*, 234, 21
- [49] Liu, Y. and Zhang, H. Q., 2002, *A&A*, 386, 646
- [50] Longcope, D.W. 2004, *ApJ*, 612, 1181

- [51] López Fuentes, M. C., Demoulin, P., Mandrini, C. H., Driel-Gesztelyi, L. VAN 2000, *Astrophys. J.*, 544:540-549
- [52] López Fuentes, M. C., Demoulin, P., Mandrini, C. H., & Pevtsov, A. A. 2003, *Astron. Astrophys.*, 397, 305.
- [53] Mandrini, C. H., Demoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Green, L. M., & Lopez Fuentes, M. C. 2004, *Ap&SS*, 290, 319
- [54] Moon, Y.-J., Chae, J., Wang, H., Choe, G.S., Park, Y.D. 2002, *ApJ* 580, 528
- [55] Moreno-Insertis, F., & Emonet T. 1996, *ApJ*, 472, L53
- [56] Nindos, A. and Zhang, H. 2002, *ApJ*, L133
- [57] Nindos, A., Zhang, J., Zhang, H. 2003, *ApJ*, 594, 1033
- [58] Otto, A., Büchner, J., & Nikutowski, B. 2007, *A&A*, 468, 313
- [59] Pariat E., Demoulin, P. & Berger, M. A. 2005, *Astron. Astrophys.*, 439, 1191
- [60] Parker, E., 1955, *ApJ*, 122, 293
- [61] Mandrini, C. H., Demoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Green, L. M., & Lopez Fuentes, M. C. 2004, *Ap&SS*, 290, 319
- [62] Pevtsov, A. A. 2000, *Astronphy. J.*, 531, 553
- [63] Pevtsov, A., Canfield, R., & Metcalf, T. 1995, *ApJ*, 440, L109
- [64] Pevtsov, A. A., Canfield, R. C., Sakurai,T., Hagino, M. 2008, *Astronphy. J.*, 677, 719
- [65] Ravindra, B., Longcope, D.W., Abbett, W.P. 2008, *ApJ* 677, 751
- [66] Sakurai, T. & Hagino, M. 2003, *J. Korean A. S.* 36, 7
- [67] Santos, J. C., & Büchner, J. 2007, *Astrophys. Space Sci. Trans.*, 3, 29

-
- [68] Santos, J. C. , Buechner, J., Alves, M. V., Nikutowski, B., & Zhang, H. 2005, *ESASP*, 596E, 63S
- [69] Santos, J. C., Büchner, J., Madjarska, M. S. ,& Alves, M. V. 2008, *A&A*, 490, 345
- [70] Scherrer, P. H., et al. 1995, *Sol. Phys.*, 162, 129
- [71] Schrijver, C. J., Title, A. M., van Ballegooijen, A. A., Hagenaar, H. J., & Shine, R. A. 1997, *ApJ*, 487, 424
- [72] Schuck, P. W. 2005, *ApJ*, 632, L53
- [73] Schuck, P.W. 2008, *ApJ*, 683, 1134
- [74] Schüssler, M. 1979, *A&A*, 71, 79
- [75] Seehafer, N., Gellert, M., Kuzanyan, K. M., & Pipin, V. V. 2003, *Adv. Space Res.*, 32, 1819
- [76] Taylor, J., B. 1974, *Phys. Rev. Lett.* , 33, 1139
- [77] Taylor, J., B. 1974, *Phys. Rev. Lett.*, 33, 1139
- [78] Tian, L. ,& Alexander, D. 2008, *Astronphy. J.*, 673, 532
- [79] Tian, L., Alexander, D., Liu, Y., & Yang, J. 2005 *Solar Phys.*, 229, 63
- [80] Tian, L. R., Bao, S. D., Zhang, H. Q., & Wang, H. N. 2001, *Astron. Astrophys.* 374, 294
- [81] Welsch, B.T., Abbett, W.P., DeRosa, M.L., Fisher, G.H., Georgoulis, M.K., Kusano, K., Longcope, D.W., Ravindra, B., Schuck, P.W. 2007, *ApJ*, 670, 1434
- [82] Welsch, B. T., Fisher, G. H., Abbett, W. P., & Regnier, S. 2004, *ApJ*, 610, 1148
- [83] Welsch, B. T. & Longcope, D. W. 2003, *Astronphy. J.*, 588, 620

- [84] Wang, H. M., Chae, J., Yurchyshyn, V., Yang, G., Steinegger, M., & Goode, P. 2001, *Astronphy. J.*, 559, 1171
- [85] Woltjer, L. 1958, *Proc. Natl Acad. Sci. USA*, 44, 480
- [86] Yang, S., Buechner, J. & Zhang, H. 2009, *ApJ*, 695, L25
- [87] Zaqarashvili, T. V. & Skhirtladze, N. 2008, *Astronphy. J.*, 683, L91
- [88] Zhang, H. 2001, *MNRAS*, 326, 57
- [89] Zhang, H. 2006, *Astrophys Space Sci*, 305, 211
- [90] Zhang, M., Flyer, M., & Low, B. 2006, *ApJ*, 644, 575
- [91] Zhang, M., & Low, B. 2005, *ARA&A*, 43, 103
- [92] Zhang, Y., Tan, B., & Yan, Y. 2008, *ApJ*, 682, L133
- [93] 林元章. 太阳物理导论. 2000. 科学出版社

发表文章目录

- [1] **Shang-bin Yang**, Jörg Büchner and Hongqi Zhang. Magnetic helicity exchange between neighboring active regions. *Astrophysical Journal (SCI)*, 695, L25, 2009.
- [2] **Shang-bin Yang**, Hongqi Zhang and Jörg Büchner. Magnetic helicity accumulation and tilt angle evolution of newly emerging active regions. *Astronomy & Astrophysics (SCI)*, in press.
- [3] **Shang-bin Yang**, Jörg Büchner, Jean Carlo Santos and Hongqi Zhang Variable Separation Approach (VSA) to obtain the relative magnetic helicity in the finite 3D space, prepared
- [4] **Shang-bin Yang**, Hongqi Zhang and Jörg Büchner. Magnetic helicity accumulation and tilt angle evolution of newly emerging simple active regions. In: Hardi, P. (Ed.), *Electronic Proceedings of 12th European Solar Physics Meeting*, <http://espm.kis.uni-freiburg.de>. pp. 22 - 37, 2008.

致 谢

衷心感谢我的导师张洪起研究员，是他带我走进了太阳物理研究的大门，完成了由一个大学毕业生到一个博士研究生的转变；完成了由一个天文爱好者到天文研究工作者的转变。他严谨的科学态度，深邃的思想，开阔的视野以及勤俭节约的生活作风令人敬佩。五年来，导师无论在生活上，还是课题的选择、研究和论文的写作上，无时不给予我热情的关怀、指导和帮助。谨在此向他表示深深的敬意和衷心的感谢！

衷心感谢德国马克斯 - 普朗克太阳系研究所的 Jörg Büchner 教授对我的热情指导与帮助；感谢他对我文章进行认真的推敲和修改，提出了许多宝贵的意见和建议。感谢 Juan Carlo Santos 在 MHD 程序上对我的细心指导，使我很快地掌握程序的运行并使用到实际的科研工作中去。感谢 Dieter Schmitt 博士和 Petra Fahlbusch 女士，是他们安排好了我在 Lindau 的生活和学习，使我专心于科研工作。

衷心感谢邓元勇研究员、包曙东研究员、张枚研究员、苏江涛副研究员、王东光高级工程师、胡柯良高级工程师对我的关心和帮助。感谢林刚华副研究员对我计算机方面的帮助。感谢汪国萍老师对我观测上的指导。感谢怀柔站默默无闻的其他工作人员：李焕荣、李威、王艺、张鼎波、阮文东、卢永宁和程瑶等，是他们保持了怀柔观测站优良的工作生活环境。

感谢一起工作、刻苦努力的师兄、师姐、师弟、师妹们：刘继宏、张印、包星民、张志勇、孙英姿、陈洁、马雪莲、胡新华、王晓帆、阮桂平、高裕、徐海清、谢文彬、王栋、玄伟佳、王传宇、赵明宇、郝娟、刘媛媛、王硕、申基、肖江、刘健、刘锁、杨潇等，与你们一起的学习、交流和讨论开阔了我的思路。

感谢 Lindau 认识的同学和朋友：Esa Vilenius、Nina Elkina、Thomas Wiegmann、Elena Kronberg、Tilaye Tadesse、Lokesh Bharti、Naseem Akhtar、田晖、李赛、郭靖楠、封莉、李曙、王明远、姚硕、李先义、阮鹏、何健森等，与他们在一起的时间里让我觉得远离祖国的生活有了一些明亮的颜色。

感谢毛信杰老师，张枚老师，刘煜老师对本文认真评审并提出宝贵意见。

感谢杜红荣老师和艾华老师对我在学期间的关心和帮助。

感谢我的父母，是他们对于我的支持和鼓励，让我能够坚持对天文学的兴趣并投入到天文学的研究中去。

感谢我的朋友张力，她对我生活上的关心和帮助、学习中的支持和鼓励让我不断地进步。

追求科学需要特殊的勇敢，思考是人生最大的乐趣。谨以此文献给在科学的道路上孜孜不倦求索的每一个人。